

## AVALIAÇÃO DA ABORDAGEM DE LEILÕES NA OPERAÇÃO DE TRANSPORTE RESPONSIVO À DEMANDA

**Sergio Mauricio Prolo Santos Junior**

**Werner Kraus Junior**

**Jomi Fred Hübner**

Departamento de Automação e Sistemas

Universidade Federal de Santa Catarina

**Leandro Callegari Coelho**

Operations and Decision Systems Department

Université Laval

### RESUMO

O propósito desse artigo é investigar o desempenho do roteamento veicular descentralizado baseado em leilões em cenários dinâmicos. Enquanto instâncias pequenas de problemas podem ser solucionadas usando métodos exatos, como otimização, métodos heurísticos são necessários para encontrar soluções boas para instâncias médias e grandes em tempo de processamento adequado. O problema é formalmente apresentado e modelado como problema de otimização e de leilões. Instâncias diversas são solucionadas e seus resultados comparados de acordo com três métricas de avaliação (tamanho, dinamismo e urgência). Os resultados apontam que os leilões são capazes de encontrar bons resultados em tempo hábil, principalmente em instâncias com frotas veiculares maiores. Não existe correlação aparente entre dinamismo ou urgência e a qualidade das rotas geradas pelos leilões, sendo que as instâncias usadas são restritas em tamanho.

### ABSTRACT

The purpose of this article is to investigate the performance of decentralized routing based on auctions in dynamic scenarios. While small instances of problems can be solved using exact methods such as optimization, heuristic methods are required to find good solutions for medium and large instances at appropriate processing time. The problem is formally presented and modeled as a problem of optimization and auctions. Several instances are solved and their results compared according to three evaluation metrics (size, dynamism and urgency). The results indicate that auctions are able to find good results in a timely manner, especially in instances with larger vehicle fleets. There is no apparent correlation between dynamism or urgency and the quality of the routes generated by the auctions, and the instances used are restricted in size.

### 1. INTRODUÇÃO

A motivação para o estudo desse artigo surge da aplicação de sistemas de Transporte Responsivo à Demanda (TRD) na redução do efeito do Problema da Última Milha, também conhecido como *Last-Mile Problem* (LMP), no transporte público. Enquanto serviços tradicionais, como ônibus ou metrô, oferecem uma maneira eficiente e sustentável para realizar viagens em cenários urbanos, a atratividade desse sistema rapidamente decai para usuários em locais distantes da área central de serviço. Essa característica resulta da baixa frequência de atendimento em regiões de baixa densidade populacional (Enoch *et al.*, 2004; Edwards *et al.*, 2012). Um dos principais efeitos do LMP é a redução do uso do transporte público e o consequente aumento do número de carros privados nas ruas.

Enquanto existem várias maneiras de abordar o problema, oferecer um sistema de TRD para levar usuários aos terminais é o enfoque do artigo presente. A implementação de sistemas integrados de TRD e transporte público é conhecida e estudada na literatura, e envolve tecnologias em diferentes níveis de abstração: desde roteamento dinâmico computacional (Häll *et al.*, 2009) até mecânica de construção de veículos autônomos (Chong *et al.*, 2013).

Problemas como encontrar as melhores escalas em situações de TRD podem ser enquadrados como Problemas de Roteamento Veicular (PRV): dado um conjunto de requisições para uma frota veicular, o objetivo é determinar um conjunto de rotas para atender as requisições utilizando custo mínimo. Devido sua relevância prática, bem como sua dificuldade considerável, é um dos problemas de otimização combinatória mais estudados na literatura (Toth e Vigo, 2014). Em geral, um PRV é formulado usando um modelo de otimização de rede. Para aplicações práticas, o tamanho do problema tende a crescer muito em termos de número de vértices e arcos, aumentando o tempo de processamento de forma exponencial Psaraftis, 1980.

Instâncias pequenas de problemas podem ser solucionadas usando métodos exatos, enquanto métodos heurísticos são desenvolvidos para garantir a solução de instâncias médias e grandes. Estudos na área de tomada de decisão com base em leilões surgem nas últimas décadas como uma solução descentralizada, rápida e eficiente para solucionar o problema de forma heurística (Handoko *et al.*, 2014).

O objetivo desse artigo é investigar o desempenho de tomadas de decisão descentralizadas baseadas em leilões na solução do PRV dinâmico. Dessa forma, os objetivos específicos são:

- Definir formalmente o problema de roteamento veicular;
- Formular o problema como uma aplicação da abordagem de leilões;
- Avaliar a abordagem de leilões através de simulação e comparação com um *benchmark*.

## 2. LITERATURA

As raízes dos estudos dessa área se encontram em um artigo que descreve uma aplicação de mundo real sobre a entrega ótima de gasolina a postos (Dantzig e Ramser, 1959). Após essa publicação, dezenas de modelos e algoritmos foram propostos para a solução ótima (Miller *et al.*, 1960; Psaraftis, 1980) e aproximada (Daganzo, 1978; Gerkey e Mataric, 2002) de diferentes versões do PRV. Enquanto Daganzo (1978) apresenta algoritmos para prever tempos médios de espera e viagem em sistemas de transporte responsivos a demanda usando dados estocásticos, Psaraftis (1980) apresenta uma heurística de inserção de pedidos na rota de um veículo para solucionar o problema usando dados dinâmicos.

Atualmente, o PRV é investigado ao buscar soluções para um serviço de transporte público compartilhado responsivo a demanda (Agatz *et al.*, 2012; Alonso-González *et al.*, 2018), e também em aplicações de entregas imediatas de encomendas (Pankratz, 2005). Dentre as heurísticas desenvolvidas para a solução do problema, encontram-se métodos de inserção (Daganzo, 1978), pesquisa em tabu (Ho e Haugland, 2011), algoritmos evolucionários (Hanne *et al.*, 2009) e coordenação via leilões (Gerkey e Mataric, 2002; Koenig *et al.*, 2010; Handoko *et al.*, 2014). Visando auxiliar na avaliação sistemática dos resultados da solução do PRV dinâmico, Lon e Holvoet (2015) definem métricas de dimensão dinâmica, e seus resultados falham ao tentar provar a hipótese de que leilões são melhores em sistemas maiores, mais dinâmicos e mais urgentes.

## 3. MODELAGEM COMO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O PRV pode ser modelado como um problema de otimização de rede. Resolver a otimização significa encontrar o melhor conjunto de rotas para o dado cenário. Um pedido de transporte

possui um local de origem, um local de destino, uma demanda de capacidade (quantos passageiros) e um tempo de serviço em cada local de atendimento (embarque/desembarque). Todo pedido de transporte é conhecido antes do momento desejado de serviço. Uma quantidade arbitrária de pedidos deve ser atendida. Todos os veículos da frota devem iniciar e terminar sua operação no depósito, e realizar uma rota factível entre os locais de atendimento. A frota de veículos é contante ao longo da operação, todos os veículos possuem a mesma capacidade de carga, viajam na mesma velocidade e operam sobre os mesmos custos. Uma rota factível é aquela que respeita as restrições temporais e de carga dos pedidos e dos veículos.

Conjuntos	
$K$	Conjunto de todos os veículos da frota
$V$	Conjunto de todos os vértices de serviço e depósito
$A$	Conjunto de todos os arcos $(i, j) \in V^2$
$O$	Subconjunto de $V$ que inclui todos os vértices que representam origens de transporte
$D$	Subconjunto de $V$ que inclui todos os vértices que representam destinos de transporte
$\delta_i^+$	Subconjunto de $V$ que inclui todos os vértices que possuem arcos com destino em $i \in V$
$\delta_i^-$	Subconjunto de $V$ que inclui todos os vértices que possuem arcos com origem em $i \in V$
Variáveis	
$t_{ik}$	Instante de partida do veículo $k$ no vértice $i \in V$
$u_{ik}$	Carga do veículo $k$ ao sair do vértice $i \in V$
$x_{ijk}$	$\begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ viaja o arco } (i, j) \in A \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
Parâmetros	
$n$	Número total de pedidos, i.e. $n =  O $
$m$	Número total de pedidos, i.e. $m =  K $
$r_i$	Instante em que o cliente deseja ser atendido no vértice $i \in O$
$q_i$	Demanda de embarque no vértice $i \in V$
$s_i$	Tempo de serviço no vértice $i \in V$
$\tau_{ij}$	Tempo de viagem no arco $(i, j) \in A$
$Q$	Capacidade homogênea de todos os veículos
$T$	Tempo total de simulação dos transportes
$\lambda_\alpha$	Peso da parcela $\alpha$ da função objetivo

**Tabela 1:** Definição dos conjuntos, variáveis e parâmetros usados no modelo de otimização.

A formulação matemática é apresentada nas expressões 1-11, e a notação necessária para sua compreensão é apresentada na Tabela 1. O objetivo, representado pelo somatório 1, é minimizar o tempo de uso de cada veículo, os tempos de espera de cada passageiro, e os tempos de viagem de cada pedido. A restrição 2 especifica que  $m$  rotas sejam criadas a partir do depósito inicial, que o mesmo número de rotas termine no depósito final, e que cada vértice de origem ou destino de pedidos seja visitado apenas uma vez. A restrição 3 determina que toda rota deve sair do depósito inicial e terminar no depósito final, não permitindo paradas intermediárias.

Para garantir o atendimento de cada pedido, a restrição 4 garante que todo par origem-destino seja visitado pelo mesmo veículo. A restrição 7 determina que o veículo visita um vértice de origem depois do instante desejado, e antes de visitar o vértice de destino, e que tudo ocorre antes do tempo máximo de operação. A restrição 5 indica as limitações máximas e mínimas

para o carregamento de cada veículo. As expressões 6 e 8 garantem a inexistência de sub-rotas ao definir a ordenação temporal e de capacidade dos veículos. Por fim, as expressões 9-11 garantem que as variáveis façam parte dos seus espaços de estado adequados.

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda_1 \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} \tau_{ij} x_{ijk} \\ & + \lambda_2 \sum_{i \in O} \sum_{k \in K} (t_{ik} - r_i) \\ & + \lambda_3 \sum_{i \in O} \sum_{k \in K} (t_{i+n,k} - t_{ik}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K} \sum_{j \in \delta_i^-} x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \in (O \cup D) \\ m, & \text{se } i \in \{0\} \end{cases} \quad \forall i \in O \cup D \cup \{0\} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in \delta_i^+} x_{ijk} - \sum_{j \in \delta_i^-} x_{ijk} = \begin{cases} 1, & i = 0 \\ -1, & i = 2n + 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall i \in V, k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \delta_i^-} x_{ijk} - \sum_{j \in \delta_{i+n}^-} x_{i+n,j,k} = 0 \quad \forall i \in O, k \in K \quad (4)$$

$$q_i \leq u_{ik} \leq Q \quad \forall i \in V, k \in K \quad (5)$$

$$u_{ik} + q_j - u_{jk} - (q_i + q_j)x_{jik} \leq Q(1 - x_{ijk} - x_{jik}) \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (6)$$

$$r_i \leq t_{ik} \leq t_{i+n,k} \leq T \quad \forall i \in O, k \in K \quad (7)$$

$$t_{ik} + \tau_{ij} + s_j - t_{jk} - (\tau_{ij} + s_j)x_{jik} \leq T(1 - x_{ijk}) + \begin{cases} (\tau_{i,2n+1})x_{jik} & i \notin O \\ (\tau_{i,i+n} + s_{i+n} + \tau_{i+n,2n+1})x_{jik} & i \in O \end{cases} \quad \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (8)$$

$$x = (x_{ijk}) \in \{0, 1\}^{K,A} \quad (9)$$

$$t = (t_{ik}) \in \mathbb{R}_+^{K,V} \quad (10)$$

$$u = (u_{ik}) \in \mathbb{N}_+^{K,V} \quad (11)$$

### 3.1. Elevação das restrições MTZ

A inexistência de sub-rotas é parte crucial para a factibilidade do resultado do modelo. Uma rota que possui sub-rotas é aquela em que um vértice é visitado duas ou mais vezes. As restrições MTZ foram originalmente propostas por Miller *et al.*, 1960, com objetivo de garantir que não exista sub-rota de tempo ou de capacidade nas variáveis  $t_{ik}$  e  $u_{ik}$ . Essas restrições são eficientes, mas impactam em demasia no tempo de processamento médio de um modelo.

Com objetivo de reduzir esse efeito, Kara *et al.*, 2004 propôs uma elevação das expressões com base na versão de capacidade, e é apresentada de forma exata na inequação 6 do modelo. Contudo, a versão temporal não é determinada, e uma adaptação simples da versão de capacidade gera inconsistências, uma vez que as hipóteses usadas para capacidade não são factíveis para as condições temporais. Portanto, apresentamos a versão elevada da restrição em sua forma

final na inequação 8. Essa expressão considera qual é o tempo máximo que um veículo pode atrasar sua partida de um vértice visitado, considerando que ainda deve desembarcar todos os passageiros embarcados e viajar até o depósito antes do tempo máximo de operação.

### 3.2. Instâncias de simulação

Para testar a formulação do problema de otimização, e também posteriormente o método de leilões, um conjunto de instâncias de problemas foi criada. Cada instância é definida pelo tamanho da frota e número de pedidos realizados. Os locais de origem e destino dos pedidos são definidos em um plano cartesiano com unidade de distância  $\delta$ . Os instantes de pedidos são definidos ao longo do tempo com unidade temporal  $\theta$ . Todo veículo viaja no espaço com velocidade constante  $\delta/\theta$ . Com objetivo de criar um cenário semelhante ao LMP no transporte público, os pedidos são igualmente distribuídos entre embarcar o cliente em um local do mapa para levá-lo ao terminal (*pick-up*), e embarcar o cliente no terminal para levá-lo à um local do mapa (*drop-off*).

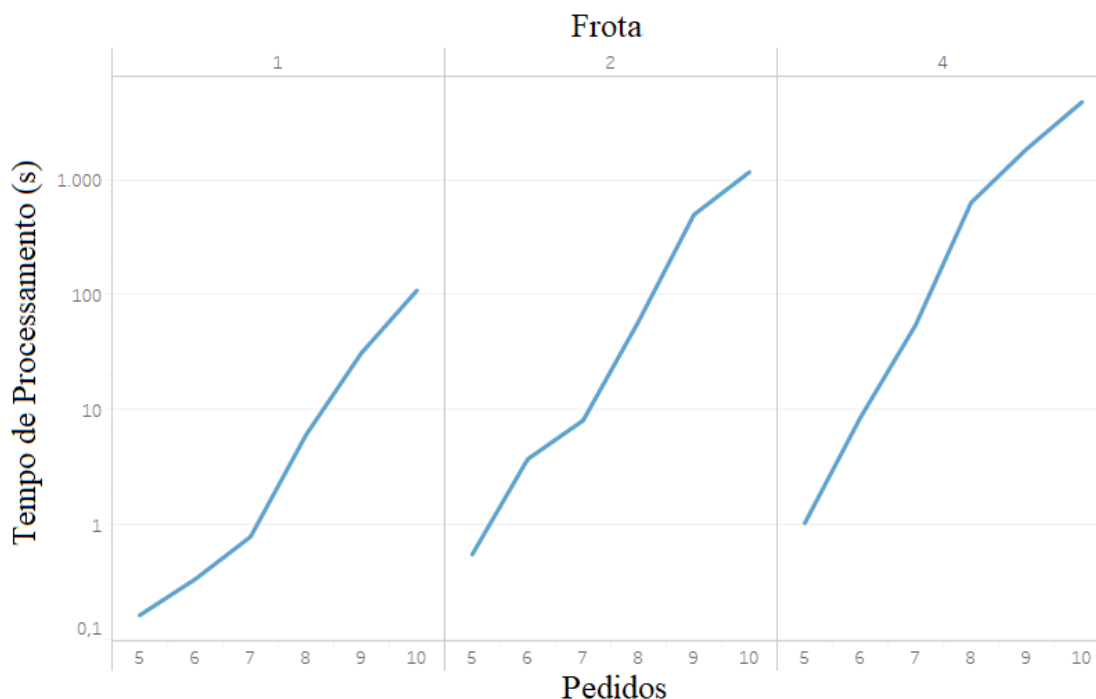
Toda instância também possui um determinado valor de *urgência* e *dinamismo* (Lon e Holvoet, 2015). Em termos simples, um cenário de PRV que constantemente reconhece novos pedidos é dito um cenário dinâmico enquanto um cenário que reconhece novos pedidos ocasionalmente é um cenário menos dinâmico. Formalmente, o dinamismo de uma instância é definido como um valor contido entre 0 e 1, onde o menor valor indica uma instância menos dinâmica. A urgência de um pedido dinâmico é o tempo de reação que a frota possui para respondê-lo, e a urgência de uma instância é a média das urgências de todos os pedidos do cenário.

Um total de 270 instâncias foi criado, distribuído entre frotas de 1, 2 e 4 veículos e conjuntos de pedidos com 5 a 10 clientes. Os locais dos pedidos foram gerados usando distribuição normal ao redor do terminal. Os instantes desejados de início do transporte foram gerados usando uma distribuição de Poisson com intervalo esperado de  $\lambda = 0.85(T/n)\theta$ , permitindo uma faixa de dinamismo entre 0.25 e 0.75. As urgências de cada pedido foram geradas usando uma distribuição normal com média de  $2\theta$ .

### 3.3. Resultados da otimização

Após a implementação do modelo de otimização usando o solucionador Gurobi e sua interface de programação de aplicações (API) para Python (Gurobi, 2015), 35 das 270 instâncias criadas foram consideradas impossíveis de solucionar. As outras 235 instâncias tiveram seus resultados armazenados em um banco de dados para análise e posterior comparação com o método de leilões. Todas as simulações foram realizadas com um limite máximo de tempo de processamento de 4800 segundos, devido a limitações no uso do computador. Durante as simulações, caso o tempo máximo fosse atingido, o melhor resultado encontrado era definido como ótimo. Se nenhum resultado foi encontrado, então a instância era considerada infactível.

A Figura 1 apresenta diagramas de caixas dos tempos de processamento, medidos em segundos, distribuídos ao longo das características principais da instância. Importante notar que o tempo de processamento é o tempo de relógio de parede, e não o tempo de uso do processador. Como previsto, o tempo de processamento é exponencial em relação ao tamanho da instância, tanto em seu valor mediano (representado na faixa de mudança de cor dentro das caixas) quanto em seus quartis superiores e inferiores. Devido à essa característica, as comparações com o método



**Figura 1:** Média do tempo de processamento, em segundos, distribuído ao longo do tamanho da frota e do número de pedidos do cenário.

de leilões será limitada até 10 pedidos atendidos e até 4 veículos na frota. As maiores instâncias tiveram alguns processamentos interrompidos pelo tempo máximo, e esses resultados foram desconsiderados nas análises de comparação com o método de leilões.

#### 4. MODELAGEM COMO PROBLEMA DE LEILÕES

Leilões são métodos descentralizados com objetivo de alocar tarefas em domínios dinâmicos e temporalmente restritos, bem como uma estrutura bem definida para realizar negociações (Shoham e Leyton-Brown, 2008). Em sistemas de coordenação baseados em leilões, os licitantes são agentes, aqueles que executam as tarefas, enquanto os itens leiloados são tarefas a ser executadas.

Para cada pedido recebido, um leilão para o alocar é iniciado. Nesse leilão, o item a ser leiloado é o comprometimento de atender o novo pedido da melhor forma possível. Todos os elementos ativos do leilão são agentes: os *clientes* são agentes que iniciam leilões, e os *motoristas* são agentes que participam dos leilões. Todos os agentes devem respeitar um conjunto de regras durante suas interações. Essas regras, que impactam em diferentes momentos do leilão, são apresentadas a seguir.

- **Regras de informação:** Cada cliente sabe de onde quer partir, para onde quer ir, e quando deseja ser atendido. Cada motorista sabe a própria rota, os custos de viagem entre quaisquer locais, e suas limitações de capacidade. Todos os agentes sabem o instante atual e restrições temporais dos leilões.
- **Regras de oferta:** Todo motorista deve realizar uma oferta a partir de uma tomada de decisão local. Caso o motorista conclua que ele não pode atender o pedido (infactibilidade de capacidade ou temporal), ele oferta um valor considerado infinito. A oferta se da na forma de

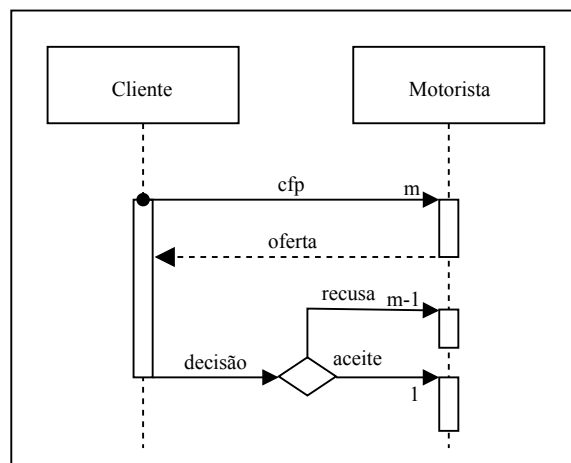


um valor que representa o quão custoso é para o motorista realizar a tarefa de transporte. O motorista determina qual é a melhor forma que ele pode atender o pedido.

- **Regras de compensação:** O cliente analisa as ofertas recebidas e determina o vencedor, escolhendo aquele que ofertou o menor valor possível. Ele deve se comprometer em atender o pedido. Esse tipo de leilão é conhecido como *leilão de lance lacrado*, e prioriza o tempo de determinação do vencedor. Caso todos os motoristas indiquem a impossibilidade de atender o pedido, o cliente determina que a instância é infactível, e nenhum outro leilão é realizado.

#### 4.1. Projeto da interação

O projeto de interação define como os diversos agentes do sistema irão se comunicar para realizar a negociação. A implementação de um leilão como esse pode ser baseada no *Contract Net Protocol* (FIPA, 2002). A Figura 2 apresenta o padrão temporal de comunicação do projeto de interação construído.



**Figura 2:** Padrão temporal de comunicação entre agentes Cliente e Motorista ao realizar um leilão.

O fluxo de mensagens começa quando um cliente envia para os  $m$  motoristas uma Chamada de Propostas (CFP). Nesse momento as regras de informação do leilão devem ser obedecidas.

Após o cálculo local da oferta, o motorista responde ao cliente com o valor. Todos os motoristas devem responder com algum valor. As regras de oferta do leilão devem ser respeitadas ao realizar o cálculo da oferta.

O cliente determina quando começa o processo de análise das ofertas recebidas. Sua decisão é informada a todos os motoristas, com uma recusa da oferta aos perdedores e um aceite da oferta ao vencedor. As regras de compensação devem ser respeitadas por todos os agentes.

#### 4.2. Projeto do cliente

Os clientes são responsáveis por iniciar os leilões. No instante desejado, o cliente deve enviar um chamado de oferta para todos os motoristas. Esse chamado deve conter todas as informações do cliente necessárias para que o motorista calcule sua oferta, como locais de origem e destino, instante desejado de atendimento e tempo de serviço. O critério temporal para análise das ofertas considera tanto um prazo máximo de entrega quanto a quantidade de ofertas recebidas. Caso todos os motoristas respondam antes do prazo, o cliente termina o leilão nesse momento.

Por outro lado, após o prazo máximo de entrega, o leilão termina no momento em que existir pelo menos uma oferta.

### 4.3. Projeto do motorista

Os leilões são iniciados de forma dinâmica, durante a operação dos veículos. Quando um novo leilão é anunciado, o motorista pode modificar seu agendamento futuro, mas não seu agendamento passado. Caso o motorista esteja no processo de realizar uma tarefa, essa tarefa não pode ser modificada também. Isso se deve a dois motivos principais: comprometimento com o cliente atual, que se sentiria insatisfeito no caso de uma mudança repentina de destino; e facilitar os cálculos que envolvam a posição do veículo, sem precisar aproximar esse valor de forma inconsistente.

### 4.4. Cálculo da oferta

Na seção atual é apresentado o problema de definir a oferta de um motorista para um pedido. Importante notar que o pedido é composta por dois eventos: buscar o cliente em um local, e depois deixá-lo em outro. Um espaço na agenda é definido como a posição que existe entre dois eventos da agenda. Obedecendo as restrições temporais do pedido e de movimento do veículo, existem  $e \geq 0$  espaços para inserir eventos de embarque e desembarque do pedido. Caso  $e = 0$ , não é possível atender o pedido, e o motorista oferta um valor considerado infinito.

Por outro lado, caso  $e > 0$ , então o pedido pode ser atendido. Seja  $K$  uma matriz de custos quadrada apresentada na expressão 12. O valor de  $\kappa_{ij}$  representa o custo de inserir a origem e o destino do pedido nas posições  $i$  e  $j$ , respectivamente. Como visitar o destino antes da origem é ineficiente, não existe  $\kappa_{ij}$  para  $i > j$ , e a matriz  $K$  é definida apenas na região triangular superior. Caso  $i = j$ , considera-se que a primeira visita é na origem.

$$K = \begin{bmatrix} \kappa_{1,1} & \kappa_{1,2} & \cdots & \kappa_{1,e} \\ & \kappa_{2,2} & \cdots & \kappa_{2,e} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & \kappa_{e,e} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Para o cálculo de  $\kappa_{i,j}$ , é necessário considerar as regras de oferta do leilão. Quando as tarefas são inseridas no agendamento, as características da rota mudam. De acordo com as regras de oferta, as características que devem ser analisadas para o cálculo do custo de uma nova rota são:

- Aumento na distância total percorrida pelo veículo;
- Possíveis atrasos em atender clientes com os quais já se comprometeu; e
- Aumento no tempo de viagem de clientes com os quais já se comprometeu.

Esses itens espelham a função objetivo do modelo matemático apresentado na seção anterior. O objetivo de ambos os processos é encontrar o menor conjunto desses itens. Portanto, a notação do cálculo de  $\kappa_{ij}$  é análogo ao da função objetivo do modelo matemático. O valor de  $\kappa_{ij}$  é definido como

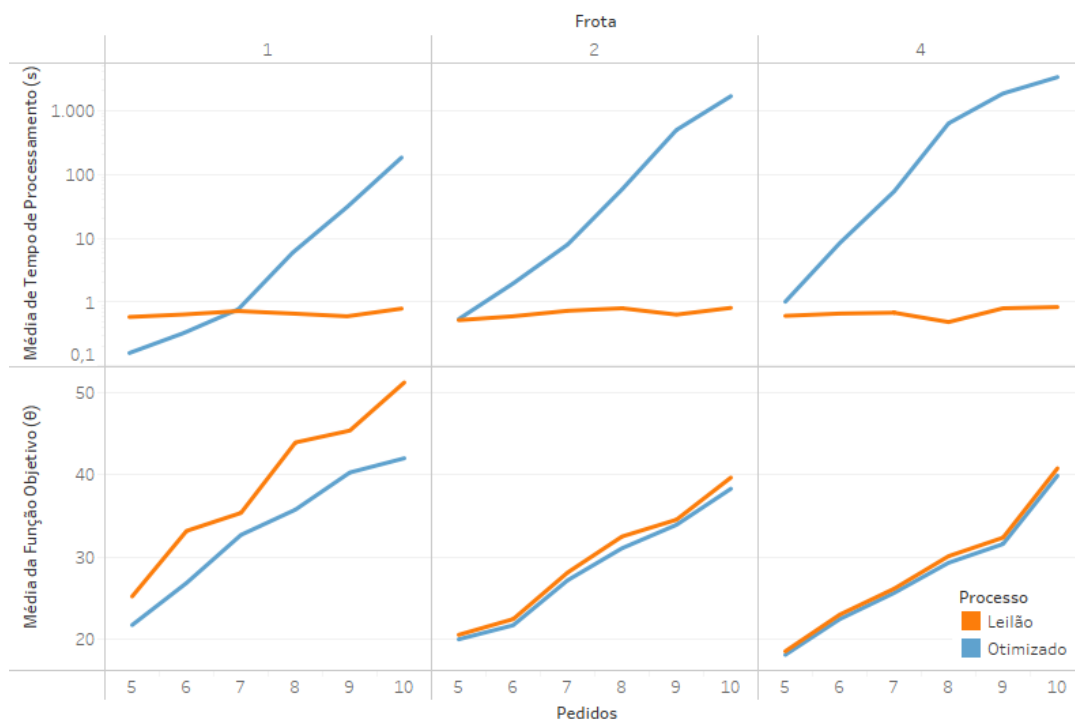


$$\kappa_{ij} = \lambda_1 \Delta d_{ij} + \lambda_2 \Delta a_{ij} + \lambda_3 \Delta v_{ij} \quad (13)$$

Onde  $\Delta d_{ij}$  representa o aumento no tempo no aumento do uso do veículo,  $\Delta a_{ij}$  representa o aumento no atraso dos passageiros na rota e  $\Delta v_{ij}$  representa o aumento do tempo de viagem dos passageiros na rota. Os coeficientes  $\lambda_n$  são os mesmos da função objetivo, apresentada na expressão 1. Por fim, o motorista oferta o menor  $\kappa_{ij} \in K$  ao cliente, e caso seja o vencedor do leilão, se compromete em atender o cliente e modifica seu agendamento de acordo com o previsto.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

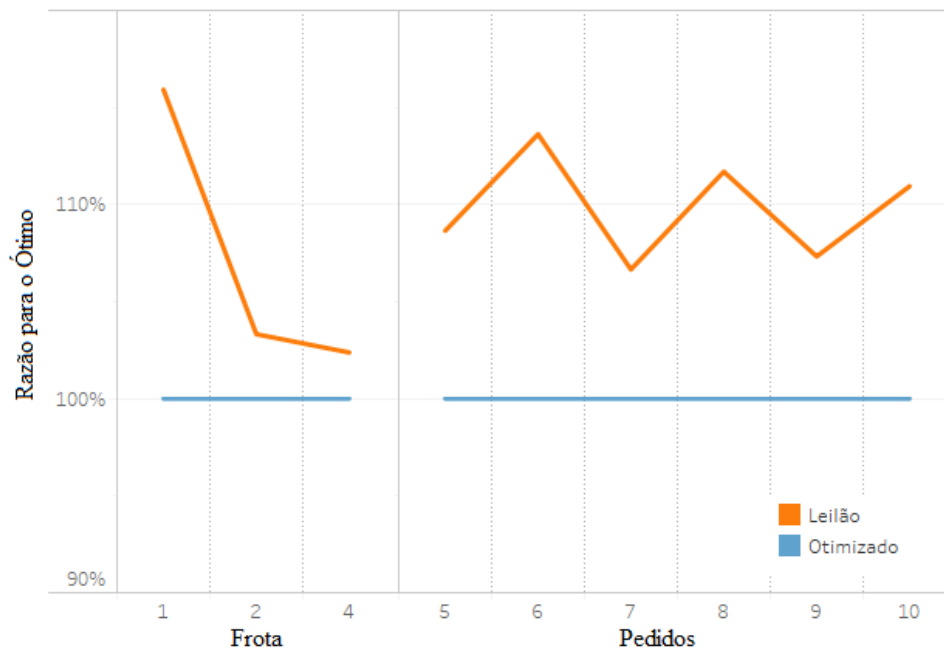
A Figura 3 apresenta os valores médios do tempo de processamento, medido em  $s$ , e da função objetivo, medido em  $\theta$ , distribuídos pelo tamanho da frota e do número de pedidos do cenário. Enquanto o tempo de processamento do processo otimizado cresce exponencialmente, o método de leilões mantém um valor praticamente constante, próximo a 1 segundo. Por outro lado, os valores obtidos da função objetivo são próximos entre os dois métodos, apresentando resultados melhores em cenários com frotas maiores. Tais resultados indicam que o método de roteamento via leilões é bom para alcançar boas rotas em tempo hábil, e que é um método melhor quando mais veículos estão disponíveis.



**Figura 3:** Valores médios do tempo de processamento, medido em  $s$ , e da função objetivo, medido em  $\theta$ , distribuídos pelo tamanho da frota e do número de pedidos do cenário.

A Figura 4 apresenta a razão entre o valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo do tamanho da frota e da quantidade de pedidos, separadamente. O valor da correlação de Pearson entre a razão e a quantidade de pedidos é  $R = -0.0608$ , indicando uma baixíssima correlação negativa. Caso a probabilidade de significância entre esses valores seja baixa, é comprovado que uma alta quantidade de pedidos aproxima a solução do método de leilões com

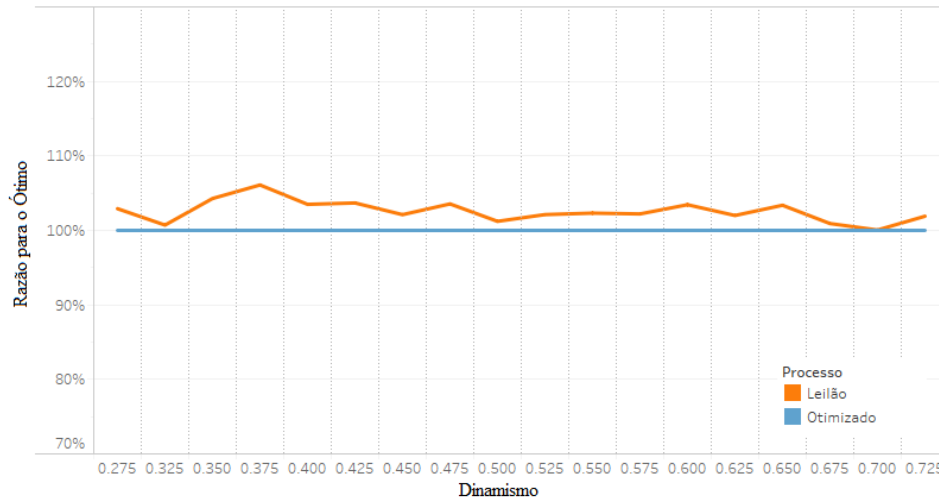
o ótimo. Contudo, o Valor-p entre a razão e a quantidade de pedidos é  $p = 0.92$ , muito alto para validar a hipótese. Portanto, nenhuma relação de causalidade ou impacto é descoberta nos resultados.



**Figura 4:** Razão entre o valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo do tamanho da frota e da quantidade de pedidos.

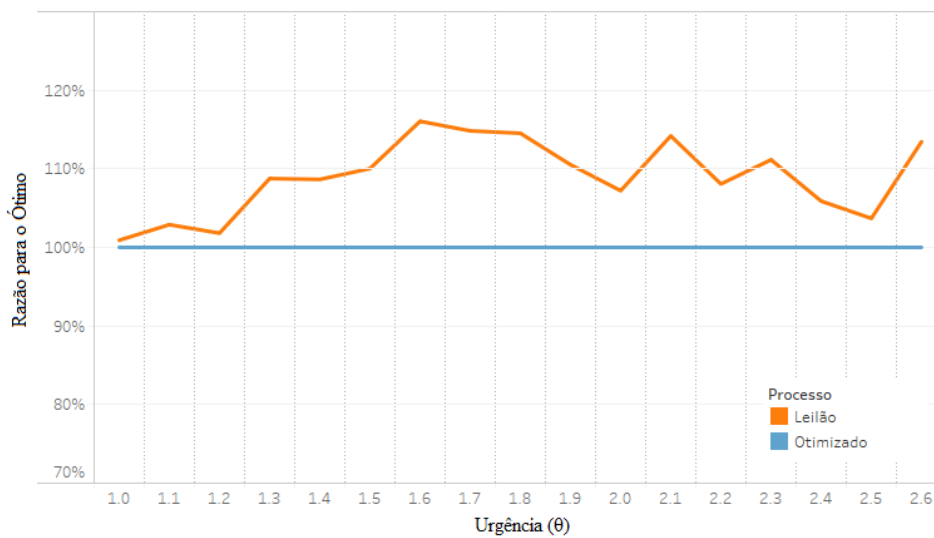
Infelizmente a quantidade de pares apresentada entre a razão e o tamanho da frota (três pares) é muito baixa para realizar o cálculo da correlação de Pearson, bem como outros testes de correlação (como o teste Rho de Spearman). Contudo, uma simples regressão linear dos dados indica uma previsão de correlação negativa, com variação linear de  $-4.07$ . Essa correlação é esperada, uma vez que com uma maior quantidade de veículos disponíveis na estação, maior a chance de um veículo estar disponível e pronto para o atendimento do cliente no momento do pedido.

A Figura 5 apresenta a razão do valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo do dinamismo do cenário. O valor da correlação de Pearson entre a razão e o dinamismo é  $R = -0.3748$ , indicando uma baixa correlação negativa. Caso a probabilidade de significância entre esses valores seja baixo, é comprovado que um alto dinamismo causa uma aproximação do método de leilões com o ótimo. Contudo, o Valor-p entre a razão e o dinamismo é  $p = 0.13$ , muito alto para validar a hipótese. Portanto, nenhuma relação de causalidade ou impacto é descoberta nos resultados.



**Figura 5:** Razão entre o valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo do dinamismo do cenário.

A Figura 6 apresenta a razão do valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo da urgência do cenário. O valor da correlação de Pearson entre a razão e o dinamismo é  $R = 0.3102$ , indicando uma baixa correlação positiva. Caso a probabilidade de significância entre esses valores seja baixo, é comprovado que uma alta urgência causa afastamento do método de leilões com o ótimo. Contudo, o Valor-p entre a razão e o dinamismo é  $p = 0.22$ , muito alto para validar a hipótese. Portanto, nenhuma relação de causalidade ou impacto é descoberta nos resultados.



**Figura 6:** Razão entre o valor da função objetivo do método em relação ao ótimo ao longo da urgência do cenário.

Os resultados obtidos estão de acordo com outros textos investigando a relação entre métodos descentralizados e centralizados, que também não confirmam a hipótese de correlação entre urgência ou dinamismo e a qualidade dos resultados (Lon e Holvoet, 2015). Instâncias maiores e mais complexas são necessárias para uma investigação mais profunda, mas as limitações de capacidade de processamento do computador usado impediram esse avanço no estudo

atual. Comparações com o método ótimo são bons métodos de análise, mas insuficientes: são necessárias também comparações com instâncias de *benchmark* conhecidas e aprovadas pelo método científico, e com métodos de otimização que permitam soluções mais rápidas (como o *branch-and-cut*) e que considerem as informações dinâmicas (como horizonte deslizante). Outro resultado importante adquirido através das simulações é o aumento na qualidade do método descentralizado usando frotas maiores. Importante indicar que um veículo não utilizado não apresenta custos no modelo apresentado, e portanto não aumenta o valor da função objetivo. Em aplicações reais, manter uma frota super-estimada pode não ser a melhor solução para o problema.

## 6. CONCLUSÃO

A aplicação de sistemas de TRD auxiliam na redução da insatisfação dos clientes no transporte compartilhado, mas encontrar as melhores escalas dos veículos nessas situações é um problema de dificuldade considerável. Enquanto instâncias de problemas pequenas podem ser solucionadas usando métodos ótimos, as médias e grandes devem ser resolvidas usando métodos heurísticos. Nesse texto, investigamos o desempenho de tomadas de decisão descentralizadas baseadas em leilão na solução do PRV dinâmico.

Após a definição formal do PRV e a modelagem como problemas de otimização e de leilões, os resultados obtidos indicam que o método de leilões é eficaz para conseguir resultados bons em tempo de processamento reduzido, e que não existe correlação entre as características temporais dos pedidos (como dinamismo e urgência) e a qualidade da resposta para instâncias pequenas. Estudos com instâncias maiores, mais complexas, e usando métodos de otimização atualizados e dinâmicos são indicados.

### Agradecimentos

Os autores desse artigo gostariam de usar esse espaço para agradecer o professor Leandro C. Coelho e a Université Laval, em seu apoio durante o desenvolvimento do modelo como problema de otimização. Também são devidos agradecimentos ao colega Renan Eccel, em sua vasta habilidade em manter referências bibliográficas de qualidade organizadas.

### REFERÊNCIAS

- Agatz, N.; A. Erera; M. Savelsbergh e X. Wang (2012) Optimization for dynamic ride-sharing: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 2, p. 295–303.
- Alonso-González, M. J.; T. Liu; O. Cats; N. Van Oort e S. Hoogendoorn (2018) The Potential of Demand-Responsive Transport as a Complement to Public Transport: An Assessment Framework and an Empirical Evaluation. *Transportation Research Record*.
- Chong, Z.; B. Qin; T. Bandyopadhyay; T. Wongpiromsarn; B. Rebsamen; P. Dai; E. Rankin e M. H. Ang (2013) Autonomy for mobility on demand. In: *Intelligent Autonomous Systems 12*. Springer, p. 671–682.
- Daganzo, C. F. (1978) An approximate analytic model of many-to-many demand responsive transportation systems. *Transportation Research*, v. 12, n. 5, p. 325–333.
- Dantzig, G. B. e J. H. Ramser (1959) The truck dispatching problem. *Management science*, v. 6, n. 1, p. 80–91.
- Edwards, D.; A. K. Elangovan e K. Watkins (2012) Reaching low-density urban areas with the network-inspired transportation system. *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2012 15th International IEEE Conference on*. IEEE, p. 826–831.
- Enoch, M.; S. Potter; G. Parkhurst e M. Smith (2004) Exploratory assessment of and innovations in Demand Responsive Transport services—Intermode. *Final Report, Department for Transport and Greater Manchester Passenger Transport Executive, London, April*.
- FIPA (2002) FIPA Contract Net Interaction Protocol Specification.
- Gerkey, B. P. e M. J. Mataric (2002) Sold!: Auction methods for multirobot coordination. *IEEE transactions on robotics and automation*, v. 18, n. 5, p. 758–768.

- Gurobi (2015) Gurobi Optimizer Reference Manual.
- Häll, C. H.; H. Andersson; J. T. Lundgren e P. Värbrand (2009) The integrated dial-a-ride problem. *Public Transport*, v. 1, n. 1, p. 39–54.
- Handoko, S. D.; D. T. Nguyen e H. C. Lau (2014) An auction mechanism for the last-mile deliveries via urban consolidation centre. *Automation Science and Engineering (CASE), 2014 IEEE International Conference on*. IEEE, p. 607–612.
- Hanne, T.; T. Melo e S. Nickel (2009) Bringing robustness to patient flow management through optimized patient transports in hospitals. *Interfaces*, v. 39, n. 3, p. 241–255.
- Ho, S. C. e D. Haugland (2011) Local search heuristics for the probabilistic dial-a-ride problem. *Or Spectrum*, v. 33, n. 4, p. 961–988.
- Kara, I.; G. Laporte e T. Bektas (2004) A note on the lifted Miller–Tucker–Zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 158, n. 3, p. 793–795.
- Koenig, S.; P. Keskinocak e C. A. Tovey (2010) Progress on Agent Coordination with Cooperative Auctions. *AAAI*. v. 10, p. 1713–1717.
- Lon, R. R. van e T. Holvoet (2015) Towards systematic evaluation of multi-agent systems in large scale and dynamic logistics. *International Conference on Principles and Practice of Multi-Agent Systems*. Springer, p. 248–264.
- Miller, C. E.; A. W. Tucker e R. A. Zemlin (1960) Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, v. 7, n. 4, p. 326–329.
- Pankratz, G. (2005) Dynamic vehicle routing by means of a genetic algorithm. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, v. 35, n. 5, p. 362–383.
- Psaraftis, H. N. (1980) A dynamic programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem. *Transportation Science*, v. 14, n. 2, p. 130–154.
- Shoham, Y. e K. Leyton-Brown (2008) *Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic, and logical foundations*. Cambridge University Press.
- Toth, P. e D. Vigo (2014) *Vehicle Routing Problem, Methods and Application*. SIAM.

---

Sergio M. Prolo S. Jr (smauricioj@gmail.com)  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Automação e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina  
Florianópolis, SC, 88040-900, Brasil