

UM MODELO INTEGRADO DE SIMULAÇÃO E OTIMIZAÇÃO PARA A ALOCAÇÃO DE AERONAVES

Juliana da Serra Costa Lopes

Cláudio Barbieri da Cunha

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO

Este artigo aborda o problema de alocação de jatos executivos compartilhados com frota homogênea para casos em que a demanda diária é variável. A metodologia de solução é composta de um modelo de simulação e um de otimização que trabalham de forma distinta e integrada. O modelo de simulação utiliza o método de Monte Carlo para obtenção da demanda de vôos dia a dia que gera uma programação de clientes a atender. Os dados da simulação são então estruturados como um problema de fluxo em rede de mínimo custo e é realizada a alocação ótima das aeronaves. O modelo, que visa ser utilizado como uma ferramenta de planejamento, foi construído em ambiente de planilha eletrônica MS - EXCEL e aplicado em um caso prático de jatos executivos compartilhados com múltiplas bases.

ABSTRACT

This paper deals with the problem of scheduling shared very light jets with homogeneous fleet applied in cases with variable daily demand. The solution methodology is composed of a simulation and a optimization model that work distinctively and complementary. Monte Carlo simulation is the method used to obtain the daily flight demand and these data is structured as a minimum cost network flow problem to solve optimally the fleet allocation. This model, which is meant to be used as a planning tool, has been built in a MS - EXCEL spreadsheet environment and applied for a case of Air Taxi on Demand with multiple bases.

1. INTRODUÇÃO

Dentre os diversos meios de transporte, o aéreo é o que oferece maior velocidade para o deslocamento de passageiros e cargas. Desde a década de 1950, a popularidade da aviação só aumentou e esta passou a ser a principal opção para percorrer distâncias médias e grandes. O surgimento de inúmeras empresas aéreas e a demanda de passageiros provocou um crescimento desajustado da aviação comercial e eventual criação de novas opções para suprir as deficiências da oferta imprópria do serviço.

Em 1986 uma companhia norte-americana de charter de jatos denominada *NetJets* criou um novo serviço para seus clientes. O modelo de negócios, conhecido como propriedade compartilhada (do inglês “*fractional aircraft ownership*”), visa atender a pessoas que querem desfrutar dos benefícios e conforto de uma aeronave particular sem os ônus da aquisição e manutenção da mesma. Dessa forma, o cliente adere à propriedade compartilhada com a garantia de ter uma aeronave à sua disposição quando necessário, com tripulação preparada, combustível, manutenção feita, autorização de vôo e demais providências necessárias para voar. Mais especificamente, o usuário faz um investimento menor na aquisição de uma quota de propriedade de uma dada aeronave, de certo tipo e padrão, e arcando com uma mensalidade para cobrir custos fixos. A cada utilização da aeronave incorre um valor destinado a cobrir os custos variáveis de utilização da mesma, baseado nas horas voadas. É um serviço destinado a empresários, executivos ou pessoas que quem fugir da aviação comercial, porém não têm condições ou preferem não possuir uma aeronave própria.

Todo o gerenciamento da operação é feito pela empresa, tal como programação das viagens, alocação de tripulação, treinamento de pilotos, seguros, manutenção, aluguel de hangares e afins. O cliente só precisa solicitar a reserva com certa antecedência (em geral de 4 horas a 8 horas) e a empresa garante a viagem, disponibilizando uma aeronave do mesmo padrão daquela adquirida por ele. Deve-se notar que a empresa não pode garantir que cada

proprietário de quotas possa voar sempre na sua aeronave, mas pode-se assegurar que ele terá a sua disposição o mesmo tipo/modelo de equipamento, ou superior.

Há também o modelo de táxi aéreo sob demanda, do inglês “*Air Taxi on Demand*”, no qual, assim como na propriedade compartilhada a empresa que oferece esse serviço é proprietária de toda a frota e administra a operação, porém, nesse caso são cobradas dos clientes apenas as horas voadas, sem incluir os custos fixos, de deslocamentos ou qualquer outra obrigação de quem possui uma aeronave. O táxi aéreo sob demanda funciona com rotas pré-definidas, ao contrário do charter tradicional cujas rotas podem ser de qualquer lugar para qualquer lugar. Por outro lado, em ambos os modelos cada usuário é transportado individualmente, sem o compartilhamento da aeronave com outros passageiros que possam ter a mesma origem e/ou o mesmo destino.

Uma das virtudes mais importantes de ambos os modelos está relacionada ao fato do usuário ter a flexibilidade de um curto período de tempo entre a decisão e a realização da viagem e desfruta do conforto de evitar conexões em aeroportos lotados, pois pode voar para aeroportos secundários de grandes cidades ou para cidades pequenas que não possuem aeroportos com capacidade para aviões comerciais.

O aspecto financeiro do negócio de jatos executivos varia empresa a empresa. O produto vendido para o cliente pode ser um banco de horas de voo em que cada vez que uma viagem é solicitada, as horas gastas em voo são descontadas do banco. Alternativamente, pode ser a venda de uma cota de um modelo de aeronave, como num charter tradicional, com a diferença de que o cliente não usará sempre a mesma aeronave, mas sim o mesmo modelo; ou então, pode ser o pagamento de uma taxa inicial e depois uma mensalidade e a cobrança apenas por viagens realizadas. Independentemente das condições de contrato, o negócio foca em atender às necessidades de viagem imediatas e/ou emergenciais sem o alto custo de um charter e as inconveniências da aviação comercial.

Esse modelo de negócio tem sido incentivado não só por companhias aéreas, mas também por fabricantes de aviões que aumentam no mercado a disponibilidade de jatos menores e mais baratos que aeronaves para voos comerciais. Atualmente, empresários que não são do mercado aeronáutico e não têm experiência na área têm demonstrado interesse em investir seu capital na aquisição de frota para prestação desses serviços, e os fabricantes de aeronaves, como, por exemplo, a Embraer, oferecem assistência para auxiliar na estruturação do negócio, que rotas operar e quantas aeronaves comprar para garantir o bom funcionamento.

Gerenciar este tipo de serviço não é tarefa simples. A demanda é desconhecida e imprevisível, a tripulação trabalha sob regras específicas de jornadas que variam de acordo com a região de atuação, a manutenção é programada e deve ser feita em determinados locais e grande parte dos custos do negócio é arcada pelo operador. A viabilidade econômica depende de alta usabilidade das aeronaves e por isso é essencial que toda a logística de operação seja muito bem planejada. O sistema como um todo é complexo, o ambiente é dinâmico e permite milhares de combinações e variações de cenários que devem ser atendidos sem prejuízo à operadora, pois ao cliente é garantida a realização da viagem.

Nesse contexto, o presente trabalho versa sobre uma ferramenta para análise e planejamento desenvolvida como pesquisa de mestrado da primeira autora e orientada pelo segundo autor. É proposta uma abordagem composta de duas fases distintas e integradas que envolvem a simulação das demandas diárias de solicitações de voos de uma empresa que administra jatos compartilhados sob o modelo de taxi aéreo sob demanda e a otimização da alocação de

aeronaves para o período simulado através da resolução de um problema de fluxo em rede de custo mínimo. Os resultados permitem avaliar o desempenho do modelo de negócio em sua fase inicial de planejamento e estudar configurações e políticas operacionais antes de sua implantação. Além das empresas que oferecem esse serviço, a ferramenta proposta pode ser utilizada por fabricantes de aeronaves, a fim de verificar a viabilidade de um novo negócio por parte de um potencial cliente, tanto de forma a priorizar clientes em cenários de demanda elevada, como o observado há até alguns meses atrás, como também de modo a evitar fornecer aeronaves para clientes que possam vir a enfrentar dificuldades financeiras que acarretem a devolução de aeronaves, algo bastante indesejável para os fabricantes e financiadores desses investimentos.

2. O PROBLEMA NA LITERATURA

O primeiro artigo científico escrito sobre jatos compartilhados foi o de Keskinocak e Tayur (1998). Eles trataram o problema de alocação de jatos compartilhados com frota homogênea de 3 formas distintas. Um caso de pequenas dimensões pôde ser estruturado com programação inteira, resolvido pelo pacote CPLEX e obteve solução ótima. Para os outros dois casos, maiores que o anterior, foram utilizadas heurísticas que proporcionaram soluções sub-ótimas, mas com um curto tempo de processamento. Os autores descrevem todos os passos seguidos para as diferentes abordagens, a aplicação das soluções para 30 aeronaves e 100 viagens, além de fazerem uma boa revisão bibliográfica de problemas parecidos.

Martin *et al.* (2003) basearam-se no trabalho de Keskinocak e Tayur (1998) para alocação de aeronaves, porém complementaram o problema com frota heterogênea e inclusão das restrições de tripulação. O sistema de solução composto por dois softwares aloca as aeronaves por um modelo de fluxo em rede resolvido por CPLEX (software *FlightOps*) e essa programação dos jatos é utilizada como dado de entrada para um sistema de suporte à decisão para solucionar o problema da tripulação (software *ScheduleMiser*). Apesar de obedecer a todas as restrições da FAA (sigla de *Federal Aviation Administration*) agência que regula a aviação civil nos EUA, a programação obtida não é ótima pois trata a programação das aeronaves e a alocação da tripulação separadamente.

Em Cordeau *et al.* (2001) aborda-se o problema de alocação de aeronaves e de tripulação para aeronaves comerciais onde a questão da tripulação é tratada como um subproblema das aeronaves para elaborar uma solução inicial. Em seguida, os dois problemas são resolvidos juntos com geração de colunas e uma heurística “*branch-and-bound*.” Como o foco era a aviação comercial, este modelo não permite que a aeronave faça vôos sem passageiro, apenas para deslocamento, o que inviabiliza sua aplicação no problema de jatos compartilhados.

Hicks *et al.* (2005) relatam como a companhia de jatos compartilhados *Bombardier Flexjet* organizou seu sistema logístico para otimizar sua operação. Foram integrados os sistemas previamente independentes de alocação de tripulação, alocação de aeronaves e programação de viagens. As variáveis e restrições foram divididas em subproblemas e o método de geração de colunas simplifica tais problemas, reduzindo seu tamanho para permitir a solução integrada. Grande economia foi alcançada para a empresa, entretanto, o uso de heurísticas na solução dos problemas não garante que o resultado seja ótimo.

Espinoza *et al.* (2008) apresentam uma abordagem de fluxo em rede de mínimo custo para realizar a programação diária de jatos de uma empresa. Conseguiram, através de relaxação linear, reduzir o problema e resolvê-lo para poucas aeronaves e número limitado de solicitações. Porém, para a situação da operação real da empresa, foi necessário o uso de uma

heurística de busca local na vizinhança para obter soluções não ótimas, porém de qualidade aceitável para a operação.

Yao *et al.* (2008) fazem uma extensa revisão bibliográfica sobre jatos compartilhados e propõem uma metodologia com geração de colunas para otimizar a operação. São feitas também análises do ponto vista econômico para avaliar o impacto da manutenção das aeronaves (programada ou não) e da variação da demanda. Segundo os autores, a redução de 1% dos custos operacionais pode resultar em economia de mais de 20 milhões de dólares para uma frota de 1000 jatos.

Tais valores mostram como é extremamente importante que a frota seja corretamente dimensionada e as instalações localizadas estrategicamente em função de rotas, manutenção e tripulação para que a operação corra da melhor maneira possível. Nas próximas seções será apresentada a caracterização do problema estruturado, a estratégia de solução proposta e a descrição da ferramenta de planejamento elaborada pelos autores deste artigo.

3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

A ferramenta de planejamento proposta neste trabalho foi construída inspirada na necessidade real de uma empresa brasileira de jatos compartilhados com o objetivo de auxiliar no planejamento do negócio. O modelo não pretende servir como instrumento diário de otimização da operação, mas sim como uma ferramenta de análise para planejamento estratégico e tático.

É importante observar que a mesma estrutura de solução poderia ser adaptada para outros casos com condições de operação semelhantes, como uma empresa administradora de aluguel de carros, de carros fortes de transporte de valores e outros casos, feitas as devidas adaptações.

As principais hipóteses para o problema considerado são apresentadas a seguir:

- Frota homogênea – não há particularidades na solicitação de nenhuma aeronave, o que implica que qualquer cliente pode ser atendido por qualquer aeronave e não há diferença no desempenho das aeronaves;
- O operador detém a propriedade de toda a frota – todos os custos de manutenção, seguro e operação são de responsabilidade do operador e não há a possibilidade de alugar aeronaves externas;
- Todas as viagens devem ser atendidas – nenhum cliente deve ter sua viagem cancelada por falta de aeronave disponível;
- Os custos de reposicionamento de aeronaves são do operador – caso aeronaves precisem fazer vôos em vazio, sem clientes, estes custos diretos são incluídos na fórmula de custo total sendo, portanto, um fator a ser reduzido na otimização;
- A operação feita somente em uma região pré-determinada – as rotas possíveis são determinadas pelo operador e o cliente pode escolher quais vôos quer fazer apenas dentre as rotas. A princípio, isso é um fato importante para a simulação, pois no simulador as rotas a serem cumpridas são sorteadas aleatoriamente dentre uma lista pré-definida antes da simulação;

- As bases das aeronaves (e onde são realizadas as operações de manutenção) são pré-definidas pelo usuário a cada rodada da ferramenta. Antes da otimização, o usuário deve fornecer a quantidade, a localização e o número desejado de aeronaves de cada base;
- Todas as aeronaves devem retornar à sua base de origem ao final do dia – para a realização de manutenção e também a fim de atender a normas de tripulação;
- O “*turn around time*” (tempo necessário para troca de tripulação, quando for o caso, e abastecimento da aeronave) varia de 15min a 30 min;
- O tempo de viagem entre cada rota é calculado com base na performance da aeronave padrão em função distância voada.

O objetivo da ferramenta é simular a operação ao gerar uma demanda diária de vôos, e determinar que aeronave de que base atenderá cada vôo, minimizando os custos. Dessa forma, o usuário poderá avaliar e alterar a configuração do seu modelo de negócio durante a fase de planejamento inicial.

4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

A metodologia adotada para a ferramenta de análise e planejamento considera cada dia da operação da empresa e abrange duas etapas. A primeira consiste de um modelo de simulação do tipo Monte Carlo para simulação das demandas diárias de solicitações de vôos de uma empresa, o qual, com base em dados e parâmetros iniciais do problema gera uma agenda de vôos a serem atendidos, com rotas e horários diferentes e definidos randomicamente com base em probabilidades de ocorrência de vôos. Na segunda etapa o conjunto de vôos gerados para cada dia é modelado matematicamente como um problema de fluxo em rede de mínimo custo (“*minimum cost network flow problem*”) para que seja determinado o número de aeronaves de cada base que serão utilizadas para servir os vôos de forma que o custo total do dia de operação, incluindo reposicionamento, seja mínimo.

A ferramenta, envolvendo os modelos de simulação de Monte Carlo e de fluxo em rede de mínimo custo, foi implantada em ambiente de planilha eletrônica do tipo Microsoft Excel utilizando linguagem de programação VBA – “Visual Basic for Applications”. Para a otimização foi utilizado o pacote de otimização What’s Best![®]9.0, que permite a solução de modelos lineares, não-lineares e inteiros de otimização dentro do ambiente de planilha eletrônica.

São descritos a seguir, nas seções a seguir a simulação de Monte Carlo e o modelo matemático de otimização.

4.1. Fase I: Simulação de Monte Carlo

A imprevisibilidade da demanda pelo serviço de jatos compartilhados é um dos maiores fatores de incerteza ponderados durante o planejamento e a estruturação da empresa. Antes de implementar o negócio, o operador possui apenas dados gerais sobre o mercado, tais como que rotas pretende operar e qual o provável interesse da população regional pelo serviço, mas sem conhecimento nem previsão da demanda real. Porém, com base nesses dados gerais do negócio é possível construir um modelo de simulação que atenda aos objetivos da ferramenta proposta

O método de simulação de Monte Carlo data de 1949, quando Nicholas Metropolis e Stanislaw Ulam escreveram sobre a maneira utilizada para contornar a dificuldade de lidar com equações de partículas nucleares. Ao invés de lidar com complexas equações da teoria

cinética de gases, integrais múltiplas e derivações laplacianas, foi utilizada uma abordagem estatística para simular o comportamento das partículas. Com parâmetros que refletem as distribuições iniciais dos elementos, é produzido um novo conjunto de dados através da geração de valores aleatórios com distribuição probabilística igual a dos dados iniciais. Com esses valores, os parâmetros determinísticos (objetivos da análise) são obtidos algebricamente por equações mais simples.

O nome do método foi uma homenagem à cidade de Monte Carlo, famosa por seus cassinos, cujos jogos de sorte (roleta, dados e etc.) possuem comportamento randômico semelhante ao funcionamento da simulação. São conhecidas as faixas de resultados possíveis para os jogos dos cassinos e suas probabilidades de ocorrência, assim como as faixas de valores possíveis para as variáveis determinísticas da simulação, porém, não é sabido o valor específico que cada variável vai adotar em determinado período de tempo.

Os passos da Simulação de Monte Carlo, conforme Shamblin (1979) são:

- a) Determinação da distribuição de probabilidade para cada variável;
- b) Cálculo da função de distribuição acumulada para cada variável;
- c) Determinação dos intervalos de classe;
- d) Geração de números aleatórios;
- e) Simulação.

No problema abordado as variáveis da simulação são a quantidade de vôos por dia, o horário de partida de cada vôo, sua rota e seu tempo de permanência no destino. As distribuições de probabilidade para o estudo de caso foram estimadas com base em dados históricos, desenvolvimento econômico da região e outros fatores.

Após o cálculo das funções de distribuição acumulada, são determinados os intervalos de classe. Cabe ao usuário informar como dados de entrada na planilha a quantidade de dias do período da simulação, a quantidade máxima e mínima de vôos diários e o tempo médio de permanência no destino.

Em seguida, são sorteados números aleatórios para determinar o número de vôos de cada dia, o horário de partida, a rota e o tempo de permanência no destino de cada vôo. Conhecidos tais dados, são calculados a distância e o tempo de viagem de cada rota. Esse procedimento é repetido para cada vôo, dia a dia para todos os dias do período de simulação estipulado pelo usuário.

4.2. Fase II: Otimização

Tem-se como dados de entrada da otimização, uma lista de vôos diários gerada na simulação. Os vôos têm uma rota com origem e destino conhecidos, horário de partida, tempo de viagem e período de permanência em cada local. Todos os vôos devem obrigatoriamente ser realizados e as aeronaves podem ser deslocadas de qualquer uma das bases, contanto que retornem para a mesma base no final do dia de operação.

O problema definido pelos resultados de cada dia da simulação pode ser estruturado como um problema de fluxo em rede de mínimo custo. Esta fase da solução distribui as aeronaves, ou seja, diz de que base vai sair cada aeronave para atender determinado vôo e que vôos vão ser atendidos por aeronaves reposicionadas.

Os conceitos de fluxo em rede de mínimo custo utilizados neste artigo podem ser encontrados muito bem explicados em Ahuja *et al.*(1993). Aqui serão descritos apenas os aspectos mais importantes do modelo e de sua implementação, com base em um exemplo prático, correspondente a um problema com 3 bases e 5 vôos, conforme mostrado na Figura 1.

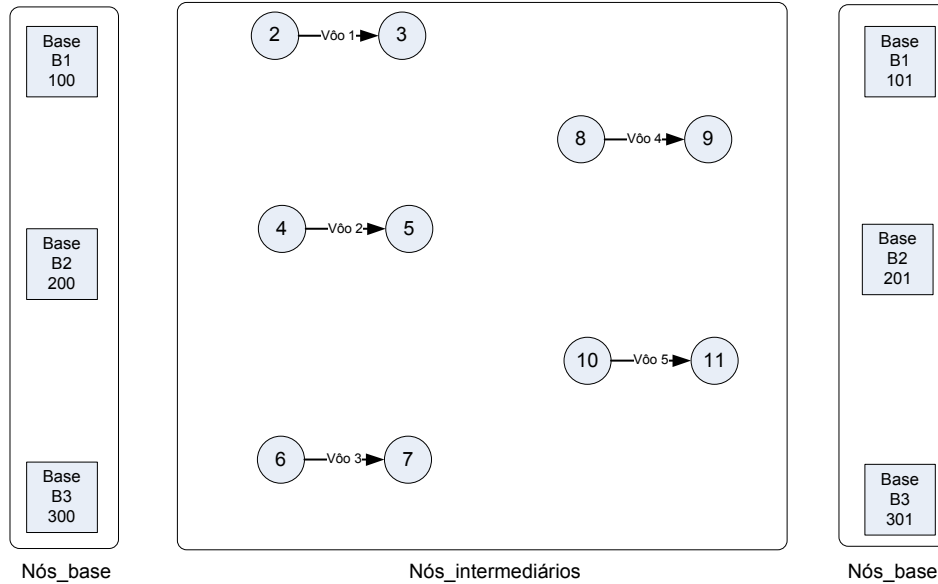


Figura 1 - Rede com nós, bases e vôos

Seja $G = (N, A)$ uma rede espaço-tempo composta por um conjunto de N nós e A arcos. Os aeroportos de origem e destino de cada vôo, assim como as bases, formam o conjunto de N nós. Os nós dos aeroportos fazem parte do sub-conjunto de *Nós_intermediários* e as bases do sub-conjunto *Nós_base*. Os nós são ligados por um arco do conjunto de A arcos quando uma aeronave realiza um vôo entre dois nós da rede.

Cada vôo gerado na simulação é representado por um arco que conecta um nó de origem a um nó de destino. Os vôos são classificados por ordem de partida e numerados. Os aeroportos são numerados em relação aos vôos (i): os de origem recebem numeração ($2i$) e os de destino ($2i + 1$). Dessa forma, é possível identificar facilmente cada vôo durante a otimização. Sabe-se, por exemplo, que o vôo 1 vai do nó 2 ao nó 3 ou que o nó 10 é origem do vôo 5, que liga os nós 10 e 11. Em seguida são escritos na planilha os demais dados que caracterizam os vôos, tais como distância, horário de partida, tempo de viagem, horário de chegada e tempo de permanência no destino.

Na Figura 1 temos 5 vôos, numerados de 1 a 5 e indicados pelos arcos (2,3), (4,5), (6,7), (8,9) e (10,11), respectivamente que são denominados *Arco_voo*. Esses vôos são gerados na Fase I, do modelo de simulação e organizados por ordem cronológica de horário de partida dos vôos para cada dia. Cada *Arco_voo* de um vôo i conecta um nó de origem ($2i$) ao nó de destino da viagem, ($2i+1$). Todos estes arcos devem ser voados por somente uma aeronave e obedecer aos horários estipulados na simulação.

Cada uma das K bases (B_1 a B_k) correspondem dois nós: o nó ($k00$) representa a base como fonte de fornecimento (ou partida) das aeronaves e o outro ($k01$) funciona como destino das aeronaves quando voltam para a respectiva base. A base B_1 é representada pelos nós 100 e 101; a B_2 por 200 e 201 e assim por diante. O número de aeronaves de cada base é representado por b_k .

O próximo passo para a construção da rede é a caracterização dos arcos de ligação dos nós. Todos os arcos são descritos por nós de origem e destino, custo, horário de partida, tempo de viagem e horário de chegada. O conjunto de arcos é composto por 3 tipos de arcos: *Arco_base*, *Arco_deadheading* e *Arco_vôo*.

Os *Arco_base* são subdivididos em 2 tipos: *Arco_base_ida* e *Arco_base_volta*. Os *Arco_base_ida* são arcos que ligam os nós de partida das bases ($k00$) aos nós de origem dos vôos ($2i$). Para cada nó de origem de vôo ($2i$) são criados arcos a partir de cada uma das bases, gerando $(i * k)$ arcos. Além desses, são criados também arcos para as aeronaves que não serão utilizadas na simulação, que conectam os dois nós de cada base ($k00$ e $k01$), totalizando $(i * k + k)$ *Arco_base_ida*. Conforme pode ser visto na Figura 2, temos os *Arcos_base_ida* ligando cada uma das três bases aos nós 2, 4, 6, 8 e 10, correspondentes às origens de vôo. Analogamente, os *Arco_base_volta* ligam os nós de destino ($2i + 1$) aos segundos nós das bases ($k01$). Assim como nos *Arco_base_ida*, cada nó de destino de vôo é ligado a cada base por um arco. Esse tipo de arco é necessário para assegurar a restrição de que todas as aeronaves devem voltar às bases no final do dia. No caso do exemplo mostrado na Figura 2, os *Arco_base_volta* correspondem a ligações dos nós 3, 5, 7, 9 e 11 a cada um dos três nós (101, 201 e 301) que correspondem ao retorno a cada uma das três bases.

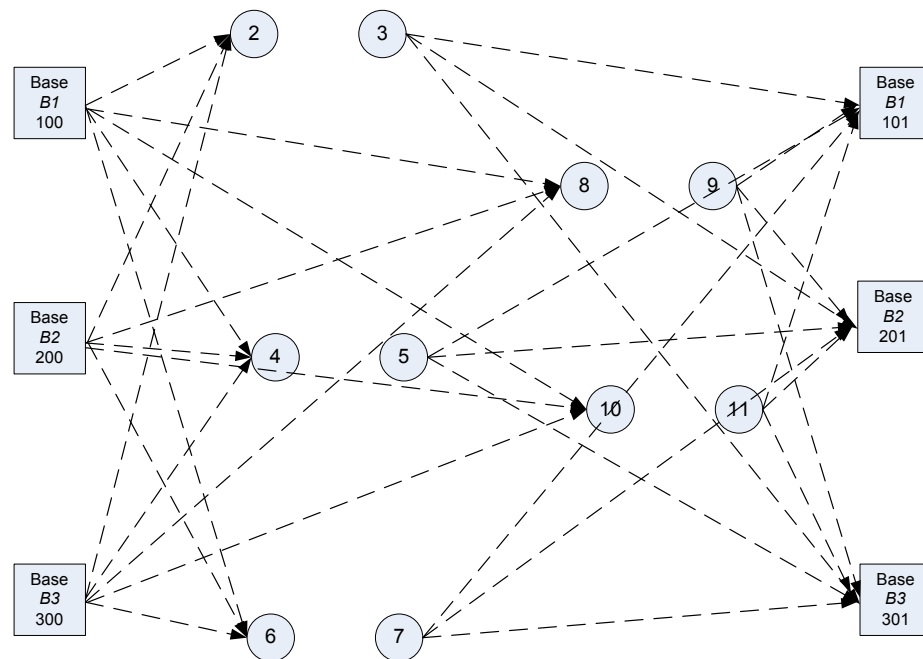


Figura 2 - Rede com Arcos_base_ida e Arcos_base_volta

“*Deadheading*” foi o termo aplicado para vôos de reposicionamento das aeronaves programados durante a otimização para atender aos vôos requisitados pelos clientes. São vôos em que a aeronave tem que sair da base (ou de outro nó da rede) para o nó de origem do vôo que ela foi designada, como pode ser visto na Figura 3. Os *Arco_deadheading* ligam os nós ímpares ($2i + 1$) aos nós de origem dos próximos vôos.

Pelo exemplo da Figura 3, do nó 3 são criados arcos conectando-o aos nós 8 e 10, o que significa que a mesma aeronave que voa o vôo 1 pode ser utilizada para a realização dos vôos 4 ou 5; analogamente, a mesma aeronave que realiza o vôo 2 pode ser utilizada para o vôo 4 ou o vôo 5. Somente são criados arcos de *deadheading* para vôos que seja possível utilizar a mesma aeronave, tendo em vista o horário em que uma aeronave fique disponível após

realizar um determinado voo, o tempo de viagem vazia até o local de origem de um próximo voo e o horário de partida desse voo.

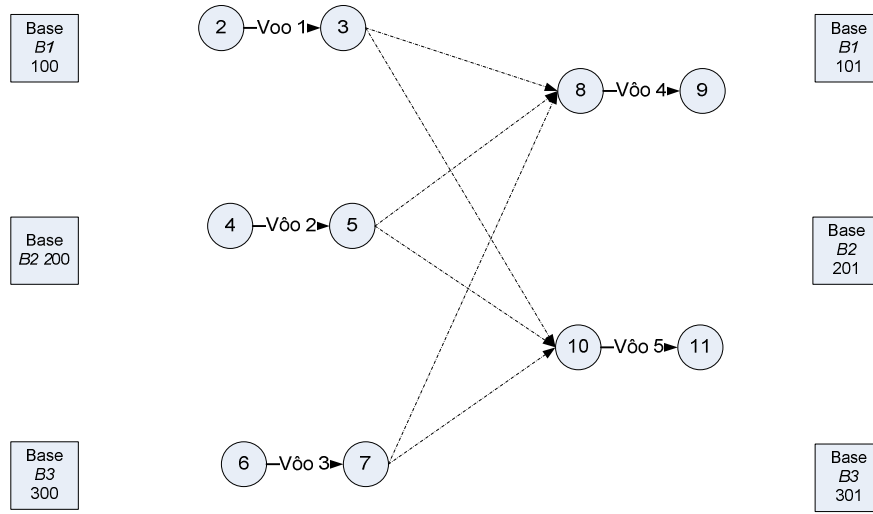


Figura 3 - Rede com Arcos_deadheading e Arcos_voo

Os custos dos arcos são representados pela variável c_{ij}^k , que especifica o custo no arco (i,j) voado por aeronave da base k . Como o objetivo deste modelo é servir como uma ferramenta de planejamento e a frota de aeronaves é homogênea (não há, portanto, diferença de capacidade ou desempenho entre as aeronaves), adotou-se a simplificação de que o custo de todos os tipos de arco será composto apenas pela voada distância do arco (i,j) .

As variáveis de decisão do problema correspondem aos fluxos nos arcos. Mais especificamente, $x_{ij}^k = 1$ se uma aeronave da base k utiliza o arco (i,j) e zero caso contrário. A formulação matemática do problema é apresentada a seguir:

$$\text{Minimizar: } z(x) = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^k x_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k = 1 \quad \forall (i,j) \in \text{Arco_voo} \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq b_k \quad \forall (i,j) \in \text{Arco_base} \quad (3)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij}^k = \sum_{(j,i) \in A} x_{ji}^k \quad \forall i \in \text{Nós_intermediários} \quad (4)$$

$$x_{ij}^k \leq 1 \quad \forall (i,j) \in \text{Arco_deadheading} \cup \text{Arco_base} \text{ e } \forall k \in K \quad (5)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad (6)$$

A função objetivo (1) procura minimizar a distância total percorrida pelas aeronaves. As restrições (2) garantem que cada voo da lista gerada pela simulação seja atendido por exatamente uma aeronave. Já as restrições (3) asseguram que o número de aeronaves utilizadas e que partem de cada base não exceda a frota de aeronaves alocadas naquela base, dada por b_k . As restrições (4) são clássicas em problemas de fluxo em rede de mínimo custo e

impõem o equilíbrio de fluxo nos nós intermediários da rede; em outras palavras, a aeronave que entrem em um nó saia dele, ou seja, nenhuma aeronave permanece nos aeroportos que não são base. As restrições (5) e (6) estão associadas aos fluxos nos demais arcos da rede que não os *Arco_voos*.

Após a construção da rede é executado o suplemento What's Best![®]9.0 que resolve o problema linear de minimização da função objetivo obedecendo às restrições estruturadas e determinando os valores ótimos das variáveis. Uma possível avaliação feita pelo usuário é a posição das bases. O analista pode, a cada rodada da planilha, alterar a configuração das bases de forma a escolher as bases que apresentam melhor resultado. Para isso os resultados são explicitados em outra planilha na forma de estatísticas da otimização, tais como número de vôos, distancia voada (em vôos de clientes e em vôos de "deadheading") e número de aeronaves utilizadas de cada base.

Um propósito da planilha é avaliar não só a posição das bases escolhidas, mas também o número de aeronaves alocado pra cada base. Dentro disto, é possível estipular na formulação matemática um custo negativo muito grande para os arcos que representam a situação da aeronave não sair da base. O algoritmo procura a solução utilizando a menor quantidade de aeronaves possível, pois na minimização dos custos, é mais vantajoso deixar uma aeronave parada do que utilizá-la em vôos. Esse artifício funciona como uma penalidade caso o sistema queira utilizar aeronaves a mais e o usuário da planilha pode avaliar os resultados da otimização e alterar convenientemente a alocação de aeronaves.

5. APLICAÇÃO PRÁTICA

A ferramenta foi avaliada com base em um caso real de uma empresa com rotas exclusivamente no Brasil. O caso consiste de 45 aeroportos de origem e destino cujo objetivo é determinar quais deles servirão de base de operação e quantas aeronaves devem ser alocadas para cada base.

Cada aeroporto do problema tem os valores de latitude e longitude conhecidos, o que permite calcular as distâncias e o tempo de viagem entre todos os pontos necessários. Esse 45 aeroportos podem ser combinados em 143 rotas, cada uma com sua probabilidade de acontecer determinada em função de fatores econômicos e culturais.

Neste caso prático, o usuário precisa fornecer como dados de entrada para a simulação o número de dias desejado para simular e os limites máximo e mínimo de vôos por dia, como pode ser visto na Figura 4. Como exemplo para demonstrar o funcionamento da ferramenta, são apresentados os resultados da otimização referentes à simulação da agenda de vôos gerada para um determinado dia.

Foi gerada na simulação uma lista com 5 vôos. A fase seguinte é feita na planilha de otimização, representada na Figura 5. Foram escolhidas 3 bases para a simulação, cada uma com 5 aeronaves alocadas a elas. Realizada a otimização, os resultados mostraram que seriam necessárias 4 aeronaves, todas da base *B2*. Seria voada uma distância total de 7516 km, dos quais 809 km corresponderiam a um vôo de reposicionamento.

Para os mesmos 5 vôos da simulação foi realizada a otimização com a alteração de apenas uma das bases. No segundo caso, com outra base escolhida, foram alocadas 5 aeronaves (4 da base *B2* e 1 da base *B1*). Porém, apesar de utilizar uma aeronave a mais, a solução ótima para esta configuração requisita apenas 4807 km de distância voada total (64% da distância total da primeira configuração), sem vôos de reposicionamento.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
Dados de entrada:															
Período de simulação		100		dias											
Nº de vôos por dia		Mínimo 20		vôos											
		Máximo 50		vôos											

Operação:															
Período de operação		Faixa Horária		Probabilidade		Prob. Acumulada									
Início manhã		6:00 - 10:00		40%		40%									
Final manhã		10:00 - 14:00		20%		60%									
Tarde		14:00 - 20:00		40%		100%									

Permanência no destino:															
Período de operação		Horário		Probabilidade		Prob. Acumulada									
Início manhã		6:00 - 10:00		30%		30%									
Final manhã		10:00 - 14:00		40%		70%									
Tarde		14:00 - 20:00		30%		100%									

Iniciar Simulação

Dia	Nº aleat.	Vôos/dia	Nº vôo	Nº aleat.	Hora partida	Nº aleat.	Nº Rota	Origem	Destino	Distância (km)	Tempo Viagem (h)	Nº aleat.	Permanência no destino
1	0,400921	25	1	0,830886	17:37:57	0,9848916	78	SBKP	SBBH	480,4328	1,1583	0,1957	0
			2	0,310417	10:20:45	0,3732792	6	SBSP	SBCF	523,9763	1,2633	0,2000	0
			3	0,804896	17:16:07	0,4205881	7	SBGR	SBGL	336,3315	0,9100	0,1724	0

Iniciar Simulação

Figura 4 - Tela da planilha da fase de Simulação

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1				Nome base	Longitude	Latitude								
2	Bases:	B1	100	SBRR	-47,91222222	-15,86222222	101	Nº aeronaves:	10	Turn around time:	00:15			Arcos base ida
3		B2	200	SBCT	-49,17305556	-25,5275	201		10					Arcos deadheading
4		B3	300	SBVT	-40,28638889	-20,25777778	301		10	Nº voos	5			Arcos base volta
5	Otimizar									Contador de dias	1			Arcos voo
6														Total arcos
7														
8														
9	Vôos	Nº nó (2i)	Origem (2i)	Nº nó (2i+1)	Destino (2i+1)	Custo (km)	h1	Tempo Viagem	h2	lon1	lat1	lon2	lat2	
10	1	2	SBKP	3	SBGL	397,6545901	08:17:50	01:01:06	09:18:56	-47,1338889	-23,0063889	-43,25	-22,80944444	
11	2	4	SBSP	5	SBGO	822,4181	08:59:51	01:49:00	10:48:51	-46,6558333	-23,6255556	-49,2261111	-16,62944444	
12	3	6	SBGR	7	SBGL	336,3315	09:50:34	00:54:36	10:45:10	-46,4727778	-23,435	-43,25	-22,80944444	
13	4	8	SBSP	9	SBRI	365,4391517	10:29:42	00:56:48	11:26:30	-46,6558333	-23,6255556	-43,1622222	-22,90972222	
14	5	10	SBPA	11	SBGR	865,2253875	19:46:32	01:53:00	21:39:32	-51,1711111	-29,9938889	-46,4727778	-23,435	
15														
16														
17														
18	Tipo de arco	Origem	Destino	Custo (km)	h1	Tempo	h2	h1arco>h2voant?	Fluxo x_{ij}^1	Fluxo x_{ij}^2	Fluxo x_{ij}^3	Custo arco	Nós	
19	Arcobase	100	2	798,192927	06:15:50	01:47:00	08:02:50	1	0	0	0	0	100	
20	Arcobase	100	4	872,68465	06:49:51	01:55:00	08:44:51	1	0	0	0	0	200	
21	Arcobase	100	6	855,091593	07:42:34	01:53:00	09:35:34	1	0	0	0	0	300	
22	Arcobase	100	8	872,68465	08:19:42	01:55:00	10:14:42	1	0	0	0	0	2	
23	Arcobase	100	10	1605,60966	16:16:32	03:15:00	19:31:32	1	0	0	0	0	4	
24	Arcobase	100	101	0	0	00:00:00	00:00:00	1	10	0	0	0	6	
25	Arcobase	200	2	348,117491	07:08:14	00:54:36	08:02:50	1	0	1	0	348,117491	8	
26	Arcobase	200	4	330,604822	07:52:27	00:52:24	08:44:51	1	0	1	0	330,604822	10	
27	Arcobase	200	6	358,46494	08:38:46	00:56:48	09:35:34	1	0	0	0	0	3	
28	Arcobase	200	8	330,604822	09:22:18	00:52:24	10:14:42	1	0	1	0	330,604822	5	
29	Arcobase	200	10	534,134144	18:15:44	01:15:48	19:31:32	1	0	1	0	534,134144	7	
30	Arcobase	200	101	0	0	00:00:00	00:00:00	1	0	6	0	0	9	

Figura 5 - Representação da tela de Otimização

Neste ponto, cabe ao usuário da ferramenta analisar o que é mais interessante. Disponibilizar uma aeronave a mais e economizar na distância voada, e, portanto, com custos de combustível ou utilizar a outra configuração com o menor número possível de aeronaves e arcar com altos custos de vôos de reposicionamento.

A simulação pode ser feita para longos períodos de tempo de forma a permitir que sejam analisadas as tendências do modelo. Com testes para períodos maiores e com mais vôos por dia (até 50 vôos diários), o tempo de processamento da planilha é de cerca de 1 minuto para dia resolvido. Esta duração atende ao propósito de ser uma ferramenta de planejamento e não de operação.

Os resultados permitem ponderar dentre as diversas configurações testadas, qual é mais estável a longo prazo, qual aloca menos aeronaves, qual economiza mais combustível, qual alteração de base de maior impacto e assim por diante. Ou seja, o planejador pode obter os dados necessários da operação para que seja possível decidir o que é melhor para seu negócio, ponderando fatores subjetivos que não fazem parte do problema matemático.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo de simulação e alocação de aeronaves apresentado neste artigo foi implementado e testado em um caso prático do Brasil. Mostrou-se robusto, capaz de resolver problemas com grande quantidade de vôos diários e um longo período de simulação e apresentar a solução ótima para cada caso. A atuação conjunta e complementar de simulação e otimização é uma abordagem de grande potencial que tem sido estudada para diversos tipos de problemas logísticos. Neste caso, a simulação pelo método de Monte Carlo permite a variação da demanda de maneira coerente com as probabilidades de ocorrência das rotas de vôos. Tal variação diária é essencial para representar o dinamismo do problema. A estruturação do problema como um caso de fluxo em rede de mínimo custo permite que seja encontrada a solução ótima para a alocação diária das aeronaves a cada configuração testada.

Através da construção do modelo em ambiente de planilha eletrônica, constitui-se uma ferramenta acessível para que o usuário possa realizar as análises sem a necessidade de adquirir um software especial que requeira treinamento para operação. Durante a operação da planilha, o analista pode alterar configurações do modelo de negócio para obtenção dos dados requeridos. Como foi mostrado, podem ser modificadas a localização e a quantidade de bases, a frota de aeronaves e a distribuição das aeronaves pelas bases. Podem ser testadas políticas de operação da empresa, tal qual redução de vôos em vazio para proporcionar economia de combustível ou utilização de menos aeronaves. Essas políticas devem ser estruturadas para diversos cenários econômicos que englobem variação do preço de combustível, expansão do mercado, alteração de normas aéreas e etc.

O problema de jatos compartilhados é complexo e dinâmico, com muitas restrições e variáveis. No modelo descrito foram incluídas as restrições básicas de operação. Como futuras pesquisas e aperfeiçoamento do modelo, outras restrições podem ser incluídas, tais como heurísticas para determinar os melhores aeroportos candidatos a bases, utilização de frota heterogênea e realização de manutenção periódica nas aeronaves.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. e Orlin, J.B. (1993) *Network Flows: Theory, Algorithms and Applications*, Prentice Hall, NJ.
- Cunha, C B. (2000) Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, v. 8, n. 2, p. 51-74.
- Cordeau, J.-F.; Stojkovic, G.; Soumis, F. e Desrosiers, J. (2001) Benders Decomposition for Simultaneous Aircraft Routing and Crew Scheduling. *Transportation Science* v. 35, p. 375-388.
- Espinoza, D.; Garcia, R.; Goycoolea, M.; Nemhauser, G.L. e Savelsbergh, M. W. P. (2008) Per-seat, On-Demand Air Transportation Part I: Problem Description and an Integer Multicommodity Flow Model. *Transportation Science* v. 42, n. 3, p. 263-278.
- Hicks, R.; Madrid, R.; Milligan, C.; Pruneau, R.; Kanaley, M.; Dumas, Y.; Lacroix, B.; Desrosiers, J. e Soumis, F. (2005) Bombardier flexjet significantly improves its fractional ownership operations. *Interfaces* v. 35, n. 1, p. 49-60.
- Keskinocak, P. e Sridhar, T. (1998) Scheduling of time-shared jet aircraft. *Transportation Science* v. 32, n. 3, p. 227-294.
- Martin, C.; Jones, D. e Keskinocak, P. (2003) Optimizing on-demand aircraft schedules for fractional aircraft operators. *Interfaces* v. 33, n.5, p. 22-35.
- Shamblin, J. E. e Stevens, G. T. (1979) *Pesquisa Operacional*. Atlas, São Paulo.
- Yao, Y.; Ergun, Ö.; Johnson, E.; Schultz, W. e Singleton, J. M. (2007) Strategic Planning in Fractional Aircraft Ownership Programs. *European Journal of Operation Research* n. 189, p. 526-539.

Endereço dos Autores:

Juliana da Serra Costa Lopes
Departamento de Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Email: juliana.lopes@poli.usp.br

Cláudio Barbieri da Cunha
Departamento de Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Email: cbcunha@usp.br