

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA INFORMATIZADO PARA DETERMINAR O ESPAÇAMENTO ÓTIMO ENTRE PONTOS DE PARADA DE TRANSPORTE COLETIVO

Homero Fernandes Oliveira

Mirian Buss Gonçalves

Eduardo S. Cursi

Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Universidade Federal de Santa Catarina

Institut National des Sciences Appliquées de Rouen – INSA Rouen

RESUMO

Este trabalho tem por finalidade o desenvolvimento de uma ferramenta computacional baseada em conceitos de Diagramas de Voronoi e Programação Não-linear para estudar e definir o espaçamento ideal entre paradas de transporte coletivo de uma região urbana com o objetivo de minimizar o tempo médio de viagem dos passageiros até o seu destino. Foi utilizada como parâmetro a densidade demográfica da região afetada pela linha como parâmetro de demanda de utilização da linha. Ao final, aplica-se a ferramenta a uma região metropolitana com os dados reais disponíveis de sua densidade demográfica. Os resultados obtidos demonstraram a possibilidade de redução do número de paradas existentes atualmente, com redução no tempo de viagem dos usuários. O sistema também resolveu problemas de divisão regional de áreas afetadas às paradas determinando a região de abrangência de cada uma delas.

ABSTRACT

This work has the purpose to develop a computational tool based on the concepts of Voronoi Diagrams and Non-linear Programming to study and define the ideal bus-stop spacing in urban areas in order to minimize the total travel time of all passengers until their destination. The demographic density of the region was used as a parameter of the demand of the region. The tool will be applied to a metropolitan region with real data available about the population density function. The results showed that it is possible to reduce the number of bus stops with a considerable reduction in the travel time of the users. The model also solved problems of regional division of the affected areas to each bus-stop determining the scope area of each one of them.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente uma das maiores preocupações em termos de planejamento urbano diz respeito ao transporte coletivo. A quantidade de automóveis nas ruas das grandes cidades tem causado grandes problemas, quer na perspectiva de infra-estrutura (quantidade de automóveis acima da capacidade das vias públicas), quer no âmbito relativo à segurança da população (altos índices de acidentes e atropelamentos), quer no aspecto relativo ao meio-ambiente (quantidade de poluentes despejados na atmosfera pelos veículos), entre outros. Sob o ponto de vista da infra-estrutura, um problema acarretado pelo excesso de veículos nas vias públicas é o tempo de deslocamento que um cidadão utiliza para ir de um local a outro.

Esses problemas se intensificam principalmente nas grandes cidades, nas quais os congestionamentos se tornaram algo comum na vida das pessoas e também parte da paisagem urbana.

Nesse sentido, torna-se importante para o planejamento das cidades em ritmo de crescimento populacional e de desenvolvimento urbano acelerado, um sistema de transporte coletivo eficiente que atenda as necessidades dos cidadãos, evitando assim o uso individual do automóvel no seu dia a dia.

Dentre os tipos de transporte coletivo existentes, o mais flexível, simples, rápido e barato de se implantar é o ônibus. Diferentemente de outros tipos de transporte coletivo que utiliza

linhas fixas, o ônibus pode operar virtualmente em qualquer via pública com várias rotas possíveis. Eles podem operar com paradas fixas ao longo da rota, o que é normalmente utilizado em áreas urbanas, ou podem operar num sistema onde o usuário solicita a parada em qualquer ponto onde seja necessário, sistema este utilizado em áreas rurais ou com baixa densidade demográfica. Mesmo as paradas fixas possuem um baixo custo de instalação e são bastante fáceis de ter a sua localização alterada, caso isso seja necessário.

Um dos principais aspectos a serem considerados num sistema de transporte coletivo é o tempo de viagem e, como podemos imaginar, o número de paradas influi no tempo total da viagem. Desse modo, o número total de paradas deve ser estabelecido de maneira bem criteriosa, a fim de tornar a linha mais atrativa para o usuário. Um número excessivo de paradas faz com que o usuário se desloque pouco a pé, porém torna a viagem bastante lenta e desconfortável para aqueles que utilizam longos trechos da linha. Por outro lado, um número pequeno de paradas torna a viagem mais rápida, porém obriga o passageiro a andar muito até chegar ao ponto de parada, bem como ao destino desejado.

As constatações mencionadas acima nos conduzem à seguinte indagação: como determinar o número ideal de paradas a fim de tornar a linha de ônibus mais atrativa para o usuário?

Ammons (2001) estudou várias regulamentações de espaçamento entre paradas de ônibus no mundo e descobriu que o espaçamento médio varia entre 200 e 600 metros em áreas urbanas. Reilly (1997) verificou que as agências européias de trânsito têm padrões diferentes dos americanos para determinar o espaçamento entre as paradas de ônibus. Na Europa utiliza-se o padrão de 2 a 3 paradas por quilômetro, ou seja, um espaçamento de 330 a 500 metros, contrastando com a prática nos Estados Unidos, onde as paradas possuem um espaçamento entre 160 e 250 metros.

Esses e outros estudos demonstram que o espaçamento entre as paradas não segue um padrão único, nem são baseados em estudos com metodologias padronizadas. Segundo Kehoe (2004), em muitas rotas nos Estados Unidos, as paradas de ônibus foram definidas ao longo do tempo, resultado de um processo baseado em solicitações dos usuários que eram, ou não, atendidos pelas autoridades e/ou empresas de transportes.

Desse modo, o objetivo principal deste trabalho é propor um modelo matemático, a fim de avaliar a viabilidade de se utilizar os conceitos de Diagramas de Voronoi e Programação Não-linear, com a finalidade de determinar o espaçamento ideal entre as paradas de ônibus de uma região urbana com a finalidade de minimizar o tempo médio de viagem dos passageiros desde as suas casas até os seus destinos.

Outros estudos envolvendo Transporte e Diagramas de Voronoi podem ser encontrados em Galvão(2006), Novaes(2007) e Novaes et. al. (2009)

2. CONCEITOS DE DIAGRAMA DE VORONOI

O conceito de diagrama de Voronoi, apesar de bastante simples e intuitivo, possui características matemáticas importantes que vem sendo utilizadas há mais de um século na ciência em diversas áreas. O conceito é o seguinte: “Dado um conjunto finito de pontos P , distintos e isolados, num espaço contínuo, nós associamos todos os demais pontos do espaço ao ponto mais próximo do conjunto de pontos P .” (OKABE *et. al.*, 2000, p. 44).

O resultado da definição acima é a partição do espaço em regiões. Essas regiões são conhecidas como Regiões de Voronoi. Ao representarmos essas regiões num espaço Euclidiano bi-dimensional, ou seja, num plano, as regiões ficam reduzidas a polígonos, denominados Diagrama de Voronoi (Figura 1).

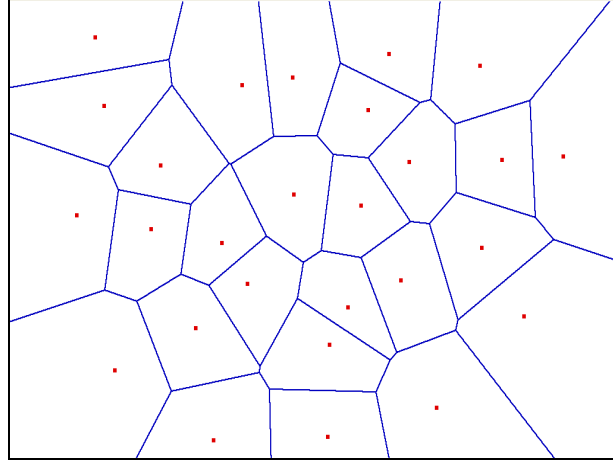


Figura 1: Diagrama de Voronoi Ordinário

2.1. Definição Matemática do Diagrama de Voronoi Ordinário

Seja $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ um conjunto finito de dois ou mais pontos não colineares do plano euclidiano, chamados de centros geradores ou centróides. Particione o plano atribuindo a cada ponto do plano o centróide mais próximo de acordo com a distância Euclidiana.

Todos os pontos associados a p_i formam um polígono de Voronoi $V(p_i)$. O conjunto de todos os pontos associados a mais de um centro forma o diagrama de Voronoi $Vor(P)$.

Seja $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \subset \mathbb{R}^2$ onde $2 < n < \infty$ e $p_i \neq p_j$ para todo $i \neq j$, com $i, j \in I_n$:

$${}^oV = \{V(p_1), V(p_2), \dots, V(p_n)\} \quad (1)$$

E o conjunto é dado por:

$$V(p_i) = \left\{ p : \|p_i - p\| \leq \|p_j - p\| \quad ; j \neq i, j \in I_n \right\} \quad (2)$$

Onde $\|p_i - p\|$ representa a distância Euclidiana entre o ponto p_i e o ponto p . Este é o Diagrama de Voronoi no plano, ou *Diagrama Ordinário de Voronoi* no plano.

2.2. Definição Matemática do Diagrama de Voronoi Ponderado por Adição

Outro tipo de Diagrama de Voronoi é o ponderado por adição. Ele é caracterizado pela equação:

$$d_{av}(p, p_i) = \|x - x_i\| - w_i \quad (3)$$

Ela é chamada *Distância Ponderada por Adição*, ou simplesmente *AW-Distance*. A região de domínio de p_i sobre p_j com AW-Distance é escrita como:

$$Dom(p_i, p_j) = \left\{ p : \|p - p_i\| - \|p - p_j\| \leq w_i - w_j \right\}, i \neq j \quad (4)$$

A forma da região de dominação varia de acordo com o valor parâmetro $\alpha = \|x_i - x_j\|$ e $\beta = w_i - w_j$. Na figura 2 abaixo tem-se um exemplo de um Diagrama de Voronoi ponderado por adição.

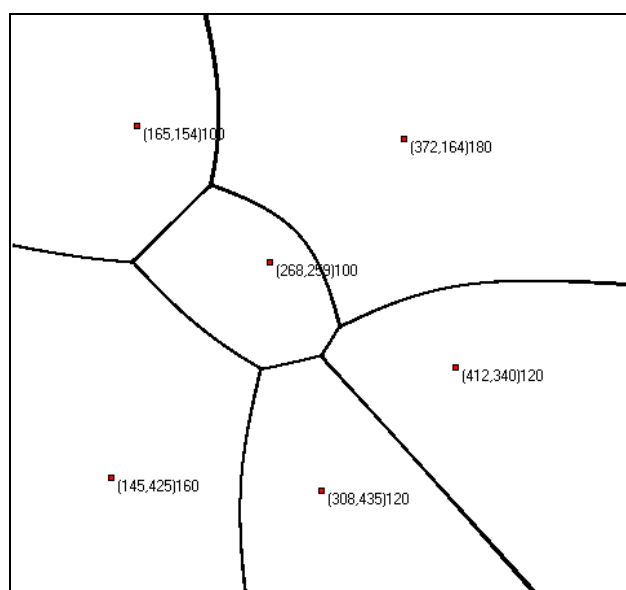


Figura 2: Diagrama de Voronoi ponderado por adição

Na figura acima temos, entre parênteses, as coordenadas dos pontos, e após, estão os pesos relativos a cada um deles.

3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho visa otimizar o espaçamento das paradas de transporte coletivo com o objetivo de reduzir o tempo médio de viagem dos passageiros. A idéia principal é utilizar conceitos de Diagrama de Voronoi e de Programação Não-linear para encontrar o espaçamento ideal entre as paradas de transporte coletivo numa região urbana considerando a densidade demográfica como parâmetro para a otimização. O objetivo principal será minimizar o tempo médio de viagem dos usuários do sistema.

A idéia deste trabalho é utilizar o tempo de viagem dos usuários do sistema como parâmetro para de estabelecer um padrão de espaçamento entre as paradas, uma vez que a maioria das políticas de espaçamento existentes não possui um embasamento bem definido.

Como objeto de estudo foi escolhido uma linha de ônibus, já existente, que liga a região sul do município de São Paulo ao Terminal Parque Dom Pedro II, no centro da cidade.

Ela foi escolhida por ter as características desejadas para o teste e avaliação do modelo. Essas características serão explicadas a seguir e foram retiradas do site da São Paulo Transporte S.A. - SPTrans (www.sptrans.com.br).

3.1. Linha 5108-10 – Jd. Celeste / Parque Dom Pedro II

A linha 5108-10, Jd. Celeste/Parque Dom Pedro II liga o bairro do Sacomã, no sul do município de São Paulo, ao Parque Dom Pedro II no centro da cidade.

Essa linha foi escolhida por ser uma linha em parte alimentadora, pois vários usuários se deslocam até o Parque Dom Pedro II, onde se localiza o maior terminal de ônibus urbano do município de São Paulo, e em parte uma linha normal, pois uma boa parte dos usuários não segue no ônibus até o final do trajeto.

O Terminal Parque Dom Pedro II, inaugurado em 1996, está localizado na Região Central de São Paulo, junto ao Parque Dom Pedro II, na Av. do Exterior e próximo a Av. do Estado, atende aos ônibus da SPTrans.

Neste terminal circulam diariamente mais de 160 mil pessoas e atende principalmente as regiões Leste, Sudeste e Nordeste da cidade.

A linha 5108-10 tem aproximadamente 17 km de extensão e funciona das 04h00min até as 24h00min no sentido bairro-centro e das 04h50min até as 24h50min no sentido inverso.

A Figura 3 ilustra o traçado da linha no município de São Paulo.

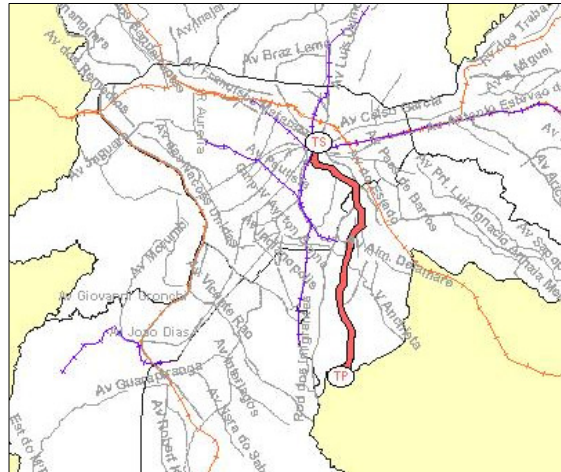


Figura 3: Traçado da linha 5108-10

3.2. Modelo Matemático

O modelo baseia-se na idéia de que uma parte dos usuários utilize a linha para chegar até o ponto final e que os demais usuários desçam em algum lugar antes do ponto final.

A Figura 4 mostra o modelo esquemático da linha de ônibus num plano cartesiano. A função de densidade populacional Φ será definida em relação a região de onde parte o usuário.

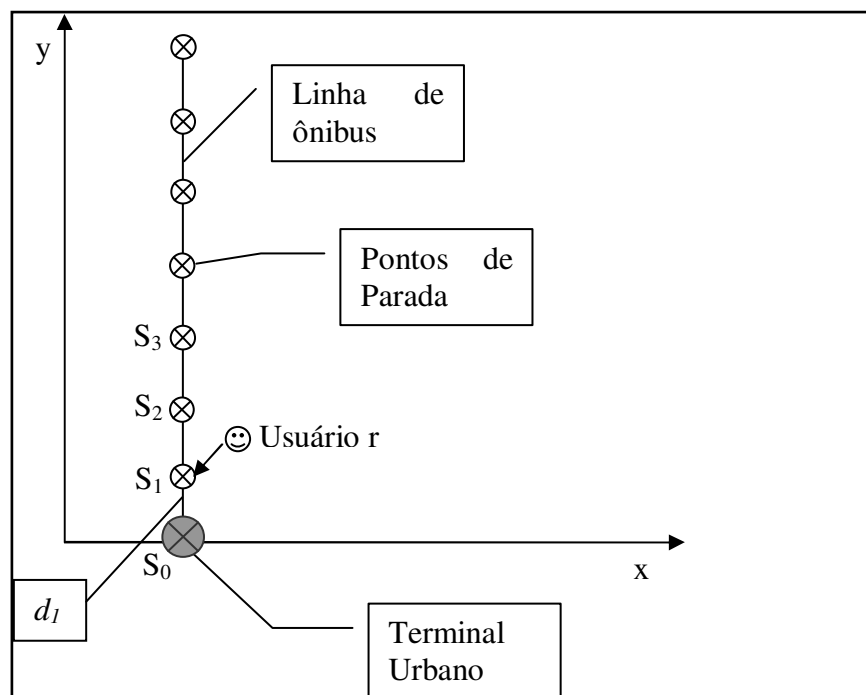


Figura 4: Geometria da área de serviço

A Figura 5 mostra a situação dos usuários dentro da área de abrangência da linha. Este

modelo foi desenvolvido através de informações colhidas empiricamente pelo autor.

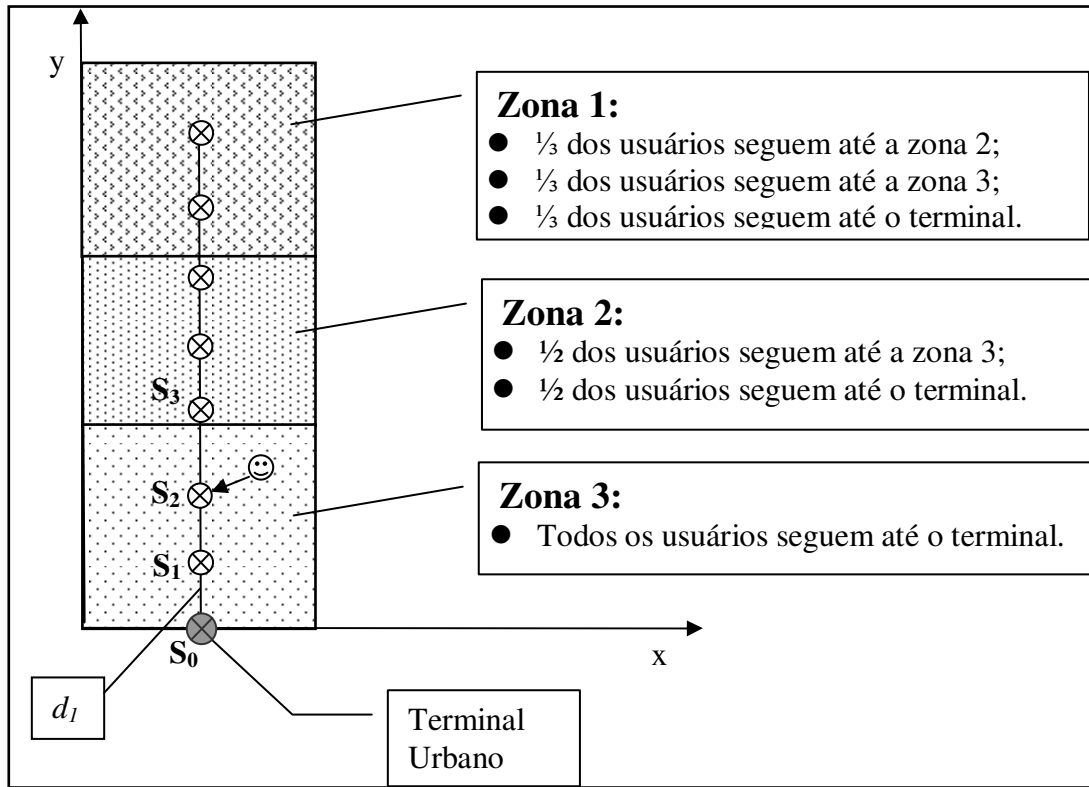


Figura 5: Modelo esquemático do comportamento do usuário

A área de abrangência das linhas em questão será definida por S . O conjunto de estações existentes nas linhas é representado pelo conjunto s_i onde $i \in I_n$ sendo o número de estações $n+1$. Existe também a variável d_i que representa a distância da estação i até a estação $i-1$.

Suponha-se que um usuário se encontra num ponto $r(x_0, y_0)$ e deseja ir até a estação $s_1(x_1, y_1)$, sendo $r, s_1 \in S$. A distância D_a a ser percorrida será calculada da seguinte forma:

$$D_a = k * \|r - s_1\| = k * \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \quad (5)$$

Neste caso k é uma constante de correção explicada em Novaes(2000).

O tempo T_a que o usuário leva para se deslocar até a estação é calculado pela divisão da distância pela velocidade do usuário a pé. Ou seja:

$$T_a = \frac{D_a}{V_a} \quad (6)$$

Saka (2001) demonstrou como calcular o tempo que o ônibus leva para chegar até o seu destino final. Ele é calculado da seguinte maneira:

$$T_{bus} = T_{ad} + T_{ed} + T_c + T_o \quad (7)$$

Onde: T_{ad} = tempo de aceleração e desaceleração;

T_{ed} = tempo de embarque e desembarque de passageiros;

T_c = tempo de atraso devido a dispositivos de controle de tráfego;

T_o = tempo de viagem em velocidade normal de tráfego.

Adaptando para o problema em questão, uma vez que a intenção é calcular o espaçamento ideal entre os pontos de ônibus, podem-se eliminar algumas variáveis que não afetarão o

resultado do modelo. Temos então que o tempo de viagem do ônibus do ponto s_i até o seu destino é descrito da seguinte maneira:

$$T_{s_i} = (i - c) * \left\{ \left[\frac{V_b (X_a + X_d)}{120 X_a X_d} \right] + \left[(h q_i) \tau + t_p \right] \right\} + \frac{y_i - y_c}{V_b} \quad (8)$$

Onde V_b = velocidade média do ônibus durante o percurso em m/s(metros por segundo);
 X_a = Taxa de aceleração em m/s²;
 X_d = Taxa de desaceleração em m/s²;
 t_p = Tempo de abertura e fechamento das portas em minutos;
 q_i = Quantidade de passageiros por hora que embarcam ou desembarcam no ponto i ;
 τ = Tempo médio de embarque ou desembarque por passageiro;
 h = Intervalo entre os ônibus;
 y_i = Distância da parada i até o destino final.

Onde a variável c é calculada de acordo com a intenção do usuário, ou seja, é o ponto onde o usuário pretende descer do ônibus.

O primeiro termo da equação é tempo de aceleração e desaceleração, ou seja:

$$T_{ad} = \left[\frac{V_b (X_a + X_d)}{120 X_a X_d} \right] \quad (9)$$

O segundo termo é o tempo de embarque e desembarque de passageiros, ou seja:

$$T_{ed} = \left[(h q_i) \tau + t_p \right] \quad (10)$$

O último termo é o tempo gasto em velocidade normal de cruzeiro:

$$T_o = \frac{y_i - y_c}{V_b} \quad (11)$$

Assim sendo, o tempo total de viagem do usuário até a estação do metrô é dado pela seguinte equação:

$$T_{total} = \frac{D_a}{V_a} + (i - c) * \left\{ \left[\frac{V_b (X_a + X_d)}{120 X_a X_d} \right] + \left[(h q_i) \tau + t_p \right] \right\} + \frac{y_i - y_c}{V_b} \quad (12)$$

ou

$$T_{total} = k * \frac{\|r - s_i\|}{V_a} + (i - c) * \left\{ \left[\frac{V_b (X_a + X_d)}{120 X_a X_d} \right] + \left[(h q_i) \tau + t_p \right] \right\} + \frac{y_i - y_c}{V_b} \quad (13)$$

Ou ainda

$$T_{total} = k \frac{\|r - s_i\|}{V_a} + T_{s_i} \quad (14)$$

Assumindo que todo o usuário procurará utilizar a parada que minimize o tempo de viagem até o destino final, ele utilizará a parada que satisfaça a seguinte equação:

$$\text{Min}_i \left\{ k \frac{\|r - s_i\|}{V_a} + T_{s_i} \right\} \quad (15)$$

Como resultado dessa escolha, toda parada terá a sua área de abrangência definida por:

$$V_i = \left\{ r \mid k \frac{\|r - s_i\|}{V_a} + T_{s_i} \leq k \frac{\|r - s_j\|}{V_a} + T_{s_j}; i \neq j; i, j \in I_n \right\} \quad (16)$$

que vem a ser, conforme descrito anteriormente, uma região de Voronoi Ponderada Aditiva.

A função que define o tempo total de viagem de todos os usuários na região estudada será dada a partir da função de densidade populacional que varia em função das variáveis x e y . Neste caso, tem-se uma variação no tempo de viagem entre uma linha e outra devido aos diferentes tempos utilizados nas paradas e também pelos diferentes números de paradas existentes.

O tempo total de viagem de todos os passageiros da região estudada será dado por:

$$T = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} \left\{ k \frac{\|r(x, y) - s_i\|}{V_a} + T_{s_i} \right\} \phi(x, y) ds \quad (17)$$

Pode-se, então, definir o problema de otimização como sendo:

$$\min_{d_1, d_2, \dots, d_n} \sum_{i=1}^n \int_{V_i} \left\{ k \frac{\|r(x, y) - s_i\|}{V_a} + T_{s_i} \right\} \phi(x, y) ds \quad (18)$$

Este é um problema de programação não linear sem restrições.

4. O SISTEMA

O sistema foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação Delphi, versão 6.0. Inicialmente foram desenvolvidos sistemas para resolver problemas de programação não-linear. Foram utilizados os seguintes métodos: Método da Descida(Gradiente), Método das Direções Conjugadas(Gradiente Conjugado) e o Método Davidon-Fletcher-Powell(DFP). Foram também implementados os métodos de Wolfe, Goldstein e Armijo para o cálculo do passo. Esses métodos estão descritos em Luenberger(2005) e em Bez(2005).

Como método de refinamento da solução inicial foi implementado o Método Simulated Annealing, ou Metropolis descrito em Press(2002). O sistema também permite a geração de vários pontos iniciais, geração essa que pode utilizar a distribuição uniforme ou normal. É possível ainda calcular novos números a partir da combinação linear da população inicial a fim de gerar uma nova população de pontos iniciais a serem avaliados.

Para o cálculo do valor da função objetivo o valor da integral definida ou integral de Riemann é calculado numericamente.

O valor da integral de Riemann num intervalo qualquer é equivalente a soma de todos os elementos da área sob a curva no intervalo. São definidas frações do intervalo e então é calculada a soma de todas as áreas parciais dessas frações.

No modelo definido neste trabalho, é definido um valor que representa o tamanho do lado de um quadrado que vai dividir a área de abrangência em várias frações. A partir daí é feita a somatória dos tempos de viagem do centro de cada fração de área definida anteriormente até o destino previsto para o usuário. O destino pode ser tanto o ponto final da linha, como também pode ser um ponto intermediário, como acontece para alguns passageiros da linha 5108.

Quanto menor for o valor que vai definir o tamanho da fração, maior será a precisão alcançada, porém maior será também o tempo de processamento.

O valor do tempo médio de viagem dos usuários de cada linha é calculado da seguinte maneira: multiplica-se o tempo de viagem de cada “ponto” (fração de área) da região de abrangência pela densidade demográfica da região em que ele se encontra e então é calculada a média ponderada para todos os valores encontrados.

5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A linha 5108, que é o objeto deste estudo, liga a zona sul do município de São Paulo até o terminal D. Pedro II, no centro da cidade. Ela possui 17,1 km de extensão e conta atualmente com 71 paradas, tendo um espaçamento médio de 240 metros.

O programa foi executado a fim de se obter o tempo ótimo desde oito paradas até o total de

setenta e cinco paradas. O resultado obtido pode ser verificado na Figura 6. Nele podemos perceber que com um número baixo de paradas o tempo médio de viagem é bastante alto. Com o aumento do número de paradas o tempo diminui para depois voltar a subir.

Na Figura 7 temos um quadro mais reduzido do número de paradas, onde podemos perceber que o menor valor corresponde a vinte e uma paradas, com o tempo médio de viagem por usuário de 20,81 minutos. Esse número corresponde a um espaçamento médio de 750 metros entre as paradas.

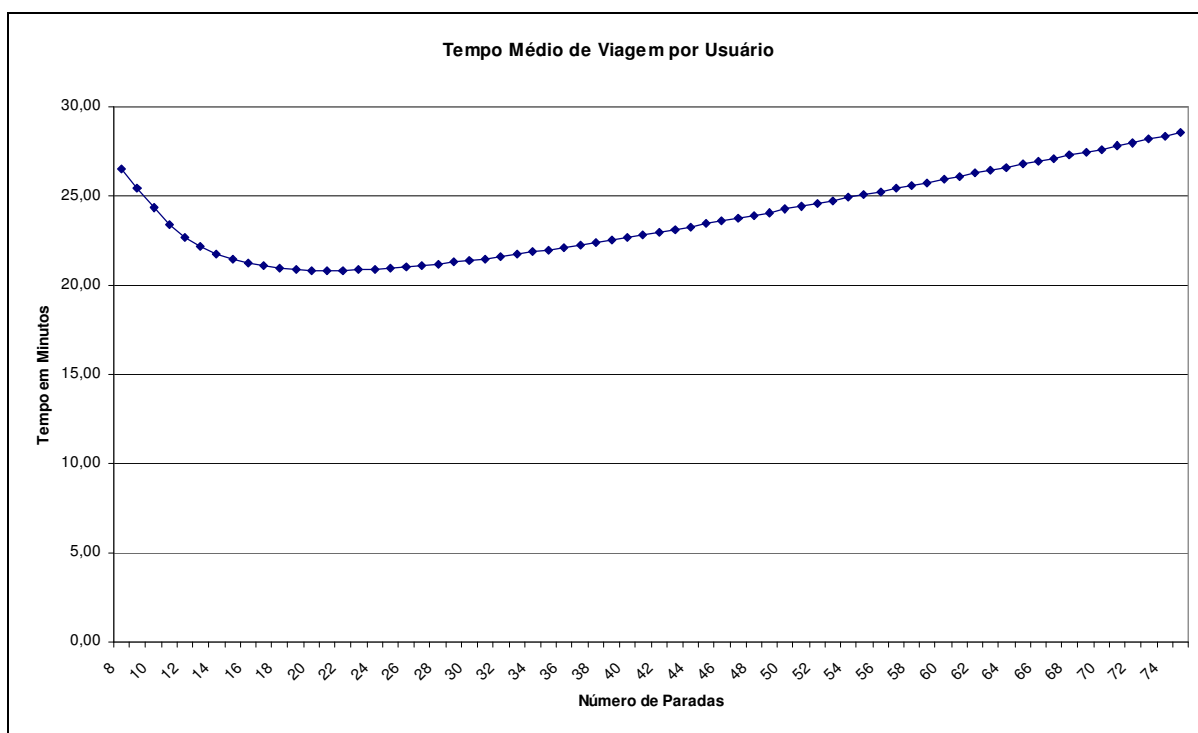


Figura 6: Tempo médio de viagem por usuário

Analisando o gráfico da Figura 7 pode-se perceber que pequenos aumentos no número de paradas não causa grandes aumentos no tempo médio de viagem. Isso nos permite decidir por um número um pouco maior que o ideal a fim de reduzir o percurso caminhado pelo usuário, sem grandes prejuízos no tempo de viagem.

Atualmente existem setenta e uma paradas ao longo dessa linha, o que corresponde a um espaçamento de 240 metros. O tempo médio de viagem por usuário calculado para esse número de paradas é de 27,82 minutos. Se aplicarmos um espaçamento mais amplo, podemos reduzir o tempo médio de viagem em aproximadamente 24%.

A Tabela 1 mostra o resultado final obtido pelo sistema para um total de vinte e uma paradas. A distância das paradas é medida a partir do ponto final da linha, que, neste caso, representa o terminal D. Pedro II.

Neste caso, como no modelo anterior, a distância entre as paradas decresce quanto mais distante ela for do final da linha. Isto se deve ao fato de que cada parada próxima ao ponto final penaliza todos os usuários, causando um aumento de tempo para a maioria da população que utiliza a linha.

Embora o sistema aqui desenvolvido vise única e exclusivamente o tempo de viagem do passageiro, ele proporciona também outros benefícios, pois reduzindo o número de paradas, são reduzidos também os custos de manutenção e operação dos veículos (freios e combustível

gasto na aceleração do veículo), a poluição da atmosfera causada pela emissão de gases, a poluição sonora gerada pela aceleração e desaceleração dos ônibus, etc. Outro aspecto relevante do trabalho foi a opção pela resolução numérica do problema. Em trabalhos anteriores, a utilização da resolução analítica forçou os autores a buscar simplificações nos modelos a fim de que fosse viável a solução do mesmo. A opção pela resolução numérica permitiu uma liberdade bem maior na elaboração e execução do modelo proposto, possibilitando assim uma maior precisão nos resultados, bem como uma maior proximidade do modelo com a situação real.

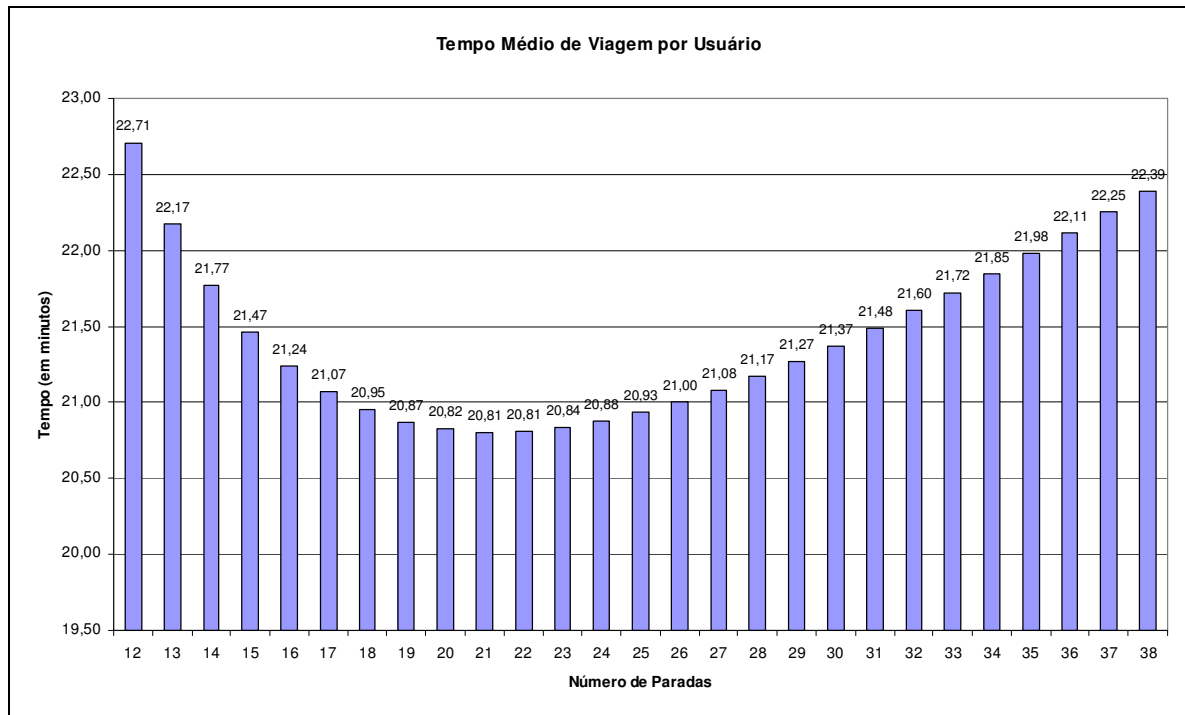


Figura 7: Tempo médio de viagem por usuário

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O planejamento urbano tem hoje como uma de suas maiores preocupações o transporte coletivo. O excesso de veículos nas ruas das grandes cidades é uma fonte de problemas de vários tipos tais como: congestionamentos, poluição atmosférica e sonora, acidentes e atropelamentos, etc. Outro problema acarretado pelo excesso de veículos nas vias públicas é o tempo de deslocamento que um cidadão utiliza para ir de um local a outro. Por isso, um sistema de transporte coletivo eficiente e rápido ajudaria a resolver esses problemas.

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo para determinar o espaçamento ideal entre paradas de transporte coletivo cujo objetivo é minimizar o tempo médio de viagem do usuário do sistema de transportes. O modelo foi baseado nos conceitos de Diagramas de Voronoi e de Programação Não-linear. Ele utiliza também a densidade demográfica da região observada como um dos parâmetros para a otimização. Foi implementado um sistema informatizado para a análise do modelo e avaliar os seus resultados.

Esse sistema, além das funções já descritas, determinará também a área de influência de cada parada, ou seja, cada cidadão saberá, através de um diagrama, qual é a parada mais adequada para que ele tome o transporte coletivo e chegue mais rapidamente ao seu destino.

O sistema foi aplicado em uma linha que liga a região Sul do município de São Paulo ao centro da cidade. O resultado nela obtido reduziu significativamente o número de paradas e

por consequência reduziu também o tempo médio de viagem em 24%.

Este método aqui desenvolvido pode auxiliar bastante no planejamento do transporte público das cidades, bem como avaliar e aperfeiçoar os sistemas já existentes.

Tabela 1: Resultado final para 21 pontos de parada

Ponto	Distância desde a origem(em metros)	Distância desde a parada anterior
Terminal	0	
Ponto nº 1	1197	1197
Ponto nº 2	2343	1146
Ponto nº 3	3439	1096
Ponto nº 4	4488	1049
Ponto nº 5	5492	1004
Ponto nº 6	6453	961
Ponto nº 7	7372	920
Ponto nº 8	8252	880
Ponto nº 9	9094	842
Ponto nº 10	9900	806
Ponto nº 11	10672	771
Ponto nº 12	11410	738
Ponto nº 13	12116	706
Ponto nº 14	12792	676
Ponto nº 15	13439	647
Ponto nº 16	14058	619
Ponto nº 17	14651	592
Ponto nº 18	15218	567
Ponto nº 19	15760	543
Ponto nº 20	16280	519
Ponto nº 21	16777	497

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro do CNPq e da Capes para a realização desta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ammons, D. N. (2001) *Municipal benchmarks: Assessing local performance and establishing community standards*. (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Bez, E.T.(2005) *Procedimento de representação de soluções em otimização global: aplicação em modelos de interação espacial*. Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia de Produção, Florianópolis.
- Galvão, L.C.; Novaes, A.G.; de Cursi, J.E.S.; Souza, J.C A (2006) *Multiplicatively-Weighted Voronoi Diagram Approach to Logistics Districting*, Computers & Operations Research, V. 33, 93-114.
- Kehoe, O. V. (2004) Effects of Bus Stop Consolidation on Transit Speed and Reliability: a Test Case. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Civil Engineering University of Washington.

- Luenberger, D.G. (2005) *Linear and Nonlinear Programming*. Second Edition, Springer Science + Business Media Inc.
- Novaes, A. G. (2000) *Logistics Districting With Multiplicatively Weighted Voronoi Diagrams*. XI Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte, Gramado, RS.
- Novaes, A.G. (2007) *Solving Continuous Urban Districting Problems with Voronoi Diagrams*, Proceedings, 10th International Conference in Urban Planning and Urban Management, Iguazu Falls, Brazil.
- Novaes, A.G.; de Cursi, J.E.S.; da Silva, A.L.; Souza, J.C. (2009) *Solving Continuous Location-Districting Problems with Voronoi Diagrams*, Computers & Operations Research, V. 36, 40-59.
- Okabe, A.; Boots, B., Sugihara, K. and Chiu S.N. (2000) *Spatial Tessellations Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. John Wiley & Sons, Chichester. New York – Brisbane – Toronto – Singapore.
- Press, W.H., Teulosky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P. (2002) *Numerical Recipes in C++*. The Art of Scientific Computing. Second Edition, Cambridge University Press.
- Reilly, J. M. (1997). Transit service design and operation practices in western european countries. *Transportation Research Record*, 1604, 3-8.
- Saka, A. A. (2001) Model for determining optimum bus-stop spacing in urban areas. *Journal of Transportation Engineering*, n. 127 (3), pp. 195–199, USA.

Homero F. Oliveira (homero2@uol.com.br)
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Campus de Toledo
Caixa Postal 520 - CEP 85903-000 - Toledo – Paraná - Brasil

Mirian B. Gonçalves (mirianbuss@deps.ufsc.br)
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas
Florianópolis – SC - Brasil

Eduardo S. Cursi (eduardo.souza@insa-rouen.fr)
Institut National des Sciences Appliquées de Rouen – INSA Rouen
Laboratoire de Mécanique de Rouen (LMR)
76801 Saint-Étienne-du-Rouvray Cedex