

# **PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM FROTA HETEROGÊNEA E JANELAS DE TEMPO: UMA APLICAÇÃO NA DISTRIBUIÇÃO DE JORNAIS**

**Luiz Cesar Nanci**

Programa de Mestrado em Engenharia de Produção  
Universidade Federal Fluminense

**Fernanda Menezes**

Departamento de Engenharia Elétrica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

**Eduardo Uchoa**

Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal Fluminense

**Bruno Siano Rego**

Programa de Pós-Graduação em Logística Empresarial  
Fundação Getúlio Vargas - RJ

## **RESUMO**

Este artigo apresenta uma aplicação real de roteamento de veículos (PRV) com janelas de tempo e frota heterogênea, na distribuição intermunicipal de jornais de um grande jornal do estado do Rio de Janeiro. A modelagem incluiu demanda variável ao longo da semana, assim como custos variáveis e capacidades distintas para cada tipo de veículo. Foi usado um algoritmo de branch-and-price para esta variante complexa do problema do roteamento e os resultados obtidos indicam a possibilidade de significativas melhorias, tanto em custo quanto em qualidade de serviço, em relação ao planejamento atual das rotas.

## **ABSTRACT**

This work presents a real application of the vehicle routing problem (VRP) with time windows and heterogeneous fleet, in the newspaper distribution problem in the state of Rio de Janeiro. The model included variable demand during the week and variable vehicle capacity and costs. A branch-and-price algorithm was used for this complex variant of the vehicle routing problem. The results obtained show the possibility of significant improvements in costs as well as in service quality, when compared to the current routing planning.

## **1. INTRODUÇÃO**

Nas últimas décadas, nota-se um aumento no uso de técnicas de otimização baseadas em pesquisa operacional e programação matemática para a gestão efetiva da distribuição de bens e serviços. O grande número de aplicações reais mostra que o uso de computação no planejamento do processo de distribuição traz reduções consideráveis no custo total de transporte, geralmente entre 5% e 20% (Toth e Vigo, 2002). É fácil perceber que o impacto desta redução para a economia como um todo é significativa, já que o custo com transporte envolve várias etapas do processo produtivo e representa de 10% a 20% do custo final dos produtos.

A tendência de terceirização dos serviços logísticos mostra-se presente na indústria brasileira de jornais há mais de dez anos, quando os altos custos envolvidos com a operação de entrega domiciliar não justificavam mais a manutenção do serviço na estrutura das empresas de comunicação. Dentre os fatores que contribuíram para o aumento no custo operacional, podemos citar as sucessivas crises e instabilidade econômica da década de 90, que resultaram no crescimento da dívida contraída em dólar para investimento em unidades de produção, o alto custo associado aos benefícios da mão-de-obra empregada, os altos custos envolvidos na

manutenção da frota de veículos e o aumento do nível de serviço exigido pelos clientes. Neste cenário, entra a figura do Operador Logístico, que são empresas especializadas em prover serviços logísticos como armazenagem, transporte, consolidação de cargas, dentre outros, de forma especializada ou integrada.

A distribuição de jornais apresenta características únicas, como o alto volume, a baixa variedade e a frequência diária de entregas. Além disso, a janela de tempo da operação é restrita a intervalos muito pequenos, inferiores a seis horas. Tamanha particularidade exige especialização, com o objetivo de aumentar a eficiência do serviço e alcançar um volume de distribuição cada vez maior, sem comprometer a qualidade exigida pelos clientes.

Neste trabalho, abordou-se o problema da otimização do transporte rodoviário de jornais de um parque gráfico, onde ocorre a impressão dos jornais, até os operadores logísticos, que realizam a entrega domiciliar propriamente dita. Este tipo de problema é conhecido como Problema de Roteamento de Veículos (PRV), e possui variações em sua formulação, podendo incorporar restrições de capacidade, janelas de tempo e frota heterogênea. Sua utilização é de extrema relevância a aplicações reais na indústria e no comércio varejista, como por exemplo, coleta de lixo, entrega de correspondências, distribuição de produtos para rede de clientes comerciais, transporte escolar, dentre outros.

## 2.METODOLOGIA

O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea (PRVFH) é a variante do PRV onde os veículos têm custos e capacidades diferentes. O objetivo é minimizar o custo total, composto por um custo fixo de utilização do veículo e um custo variável por distância viajada. A heterogeneidade da frota aumenta consideravelmente a complexidade do PRV. Quando a frota é heterogênea, há de se decidir quais tipos de veículos devem ser utilizados e quantos de cada tipo. Em alguns problemas podem existir limitações quanto ao número de veículos de cada tipo que estão disponíveis para utilização, além da eventual limitação da frota como um todo. Esse objetivo pode ser alcançado encontrando o *mix* ótimo de veículos e determinando a rota para cada um deles, de forma a atender a todas as restrições do problema. O Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterogênea e Janela de Tempo (PRVFHJT) é uma extensão do PRVFH, onde são impostas janelas de tempo no depósito e nos clientes. Apesar de boa parte das aplicações práticas do PRV envolver frota heterogênea, a grande maioria dos trabalhos acadêmicos ainda supõe frota homogênea.

O PRVFHJT pode ser definido da seguinte forma: Seja  $G = (V, A)$  um grafo onde  $V = N \setminus \{0\}$  é o conjunto de vértices e  $A = \{ (i,j) \mid i, j \in V, i \neq j \}$ , onde  $N = \{1, \dots, n\}$  é o conjunto de clientes e o nó 0 representa o depósito. Associado a cada nó  $i \in N$  uma demanda  $d_i$  e um tempo de serviço  $s_i$  são conhecidos. Cada cliente tem também uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$  que representa o intervalo de tempo em que o veículo deve realizar o serviço no cliente  $i$ . O veículo tem que chegar em  $i$  antes de  $b_i$ . É permitido chegar no cliente antes de  $a_i$ , porém o veículo deverá ficar parado esperando a abertura da janela de tempo. O depósito tem uma janela de tempo  $[a_0, b_0]$ . Os veículos não podem sair do depósito antes de  $a_0$  e devem retornar ao depósito antes de  $b_0$ . As matrizes de distância  $d_{ij}$  e a velocidade média de cada tipo de veículo são conhecidas. Assumimos que a frota é composta por  $K$  veículos, e para cada veículo  $k$  da frota,  $k = 1, \dots, K$ , estão definidos: um custo fixo  $F_k$ , um custo variável com a distância percorrida  $V_k$ , uma capacidade máxima  $C_k$  e uma velocidade média  $S_k$ . Assumimos que a demanda de cada cliente é menor do que a capacidade do maior veículo. O objetivo do

PRVFHJT é minimizar a soma dos custos fixos de utilização dos veículos e os custos das distâncias percorridas, tal que:

- Cada rota inicie e termine no depósito
- Cada cliente em  $N$  seja visitado apenas uma vez
- A demanda de todos os clientes atendidos por um mesmo veículo não pode exceder a capacidade do mesmo.
- O serviço em cada cliente deve ser realizado dentro de suas janelas de tempo

A formulação matemática do problema compreende as seguintes variáveis de decisão:

$$X_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ vai do cliente } i \text{ para o cliente } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e  $t_i$  que representa o instante de tempo do início do atendimento no cliente  $i$ .

$$Z_{PRVFHJT} = \min \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} V_k c_{ij} x_{ij}^k + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^V F_k x_{0j}^k \quad (1)$$

sujeito a :

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N+1} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{N+1} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^N x_{ij}^k - \sum_{j=1}^{N+1} x_{ji}^k = 1 \quad \forall k \in K, \forall j \in V \quad (4)$$

$$\sum_{j=0}^{N+1} x_{iN+1}^k = 1 \quad \forall k \in K \quad (5)$$

$$a_i \leq b_i \quad \forall i \in V \quad (6)$$

$$t_i + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^k) \leq t_j \quad \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^N d_j x_{ij}^k \leq C_k \quad \forall k \in K \quad (8)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (9)$$

A função objetivo (1) expressa o custo total. As restrições (2) impõem que cada um dos clientes seja visitado uma única vez e por um único veículo; já as restrições (3) a (5) descrevem o fluxo no caminho que o veículo  $k$  utilizar. Caso o veículo não seja utilizado, ele segue o caminho do arco direto ligando a base de partida (nó 0) à base de chegada (nó  $N+1$ ). As restrições (6) impõem que o horário de início de atendimento de cada nó ocorra dentro da sua respectiva janela de tempo; já as restrições (7) definem a continuidade e a compatibilidade temporal dos horários de início de atendimento ao longo das rotas. As restrições de capacidade de carga dos veículos são dadas pela restrição (8). Por fim, as restrições (9) asseguram a integralidade da solução.

O único trabalho encontrado exatamente sobre essa variante do problema de roteamento de veículos é Liu e Shen (1999), que apresenta heurísticas.

Para resolver tal problema foi utilizado o algoritmo de Branch-and-Cut-and-Price, que é um algoritmo baseado em geração de colunas (Dantzig e Wolfe, 1960) e que tem sido usado com sucesso em problemas de roteamento de veículos com janelas de tempo (com frota homogênea) (Desrosiers et al., 1984) (Desrochers et al., 1992).

O subproblema de geração de colunas seria equivalente a um problema de caminho mais curto elementar com janela de tempo e restrição de capacidade, ou PCMCEJTRC, isto é, o caminho mais curto que sai do depósito e retorna ao depósito, visitando os clientes da rota apenas uma vez e que em momento algum viola as janelas de tempo e a restrição de capacidade. Infelizmente, não é conhecido nenhum método eficiente para resolver o PCMCEJTRC, que de fato é um problema fortemente.

Então, é necessário relaxar o problema de forma a permitir ciclos nas rotas, como especificado na subseção anterior. O subproblema de geração de colunas nesse caso pode ser resolvido como um problema de caminho mais curto com janela de tempo e restrição de capacidade, ou PCMCJTRC, que também é NP-Difícil, porém pode ser resolvido por programação dinâmica em tempo pseudopolinomial se  $t_{ij} > 0$ . No PCMCJTRC, um caminho não elementar deve satisfazer as restrições de tempo e capacidade, porém os arcos podem ser utilizados mais de uma vez e os clientes podem aparecer em um mesmo caminho mais de uma vez. É possível eliminar os caminhos com 2-ciclos sem aumentar a complexidade da programação dinâmica. O tempo computacional do algoritmo de programação dinâmica pode ser reduzido aplicando o critério de dominância que identifica os rótulos que não precisam ser considerados.

Depois de resolvido o programa linear, caso existam variáveis fracionárias, é necessário realizar um branching. Escolhemos fazer branch sobre as arestas. Nos ramos esquerdos da árvore, uma certa aresta  $e$  é fixada a zero, ou seja, todas as colunas correspondendo rotas contendo  $e$  são eliminadas. Deve-se proibir que a geração de colunas gere novas rotas usando essa aresta, o que é facilmente feito eliminando-se  $e$  na programação dinâmica. Nos ramos direitos da árvore, a aresta  $e$  é fixada em um.

### **3. ESTUDO DE CASO**

#### **3.1 Distribuição Domiciliar de Jornais**

De forma geral, o problema da distribuição de jornais envolve o fluxo dos jornais desde as rotativas (prensas), onde ocorre a impressão até sua entrega ao cliente final (assinante ou bancas). Diariamente, são entregues milhares de jornais em domicílio ou pontos de venda, em duas ou mais edições.

As operações de um jornal diário formam um ciclo que se repete diariamente, 365 dias por ano. Este ciclo tem início por volta de 10:00 da manhã, quando as primeiras notícias do dia começam a ser coletadas. Enquanto isso, as operações de circulação (tiragem das áreas, captação de novos clientes, etc) e publicidade (captação de anúncios, classificados, etc) cumprem sua rotina de oito horas diárias. Pela tarde, os repórteres voltam com suas matérias, digitalizam fotos e textos até o fim da tarde, quando se inicia o fechamento das matérias. Ao anoitecer, diversas seções do jornal vão sendo finalizadas e enviadas para produção, dando início à fase de pré-impressão (confecção de chapas eletrolíticas, preparação de máquinas, etc). As últimas notícias, que compõem a capa da edição, são fechadas com até 1 hora de antecedência do início da impressão. A distribuição domiciliar de jornais pode apresentar

características diferentes de distribuição, dependendo que etapa da cadeia é analisada. Podemos dividir a operação em quatro etapas distintas, a saber:

A etapa um consiste na produção dos jornais e compreende o preparo das máquinas e a impressão. Tem início pouco antes de meia-noite, quando as rotativas são acionadas e os primeiros jornais começam a ser produzidos. A impressão pode ocorrer até 4:00 da manhã, dependendo do dia da semana, do volume a ser produzido, e do número de edições do dia. Um dos clássicos trade-offs na indústria de jornais se dá entre a edição e produção de jornais. Quanto mais notícias de última hora se deseja ter na mesma edição, menor será a janela de tempo para entrega, porém mais completo será o jornal desta edição, em termos de conteúdo.

A etapa dois envolve a expedição e o carregamentos dos veículos. Assim que deixam as rotativas, os jornais são levados para os caminhões, cuja ordem de saída é geralmente definida pelo tempo de deslocamento até o ponto de entrega mais distante.

A terceira etapa é o transporte dos jornais até os operadores logísticos responsáveis pela entrega domiciliar. Na região metropolitana do Rio de Janeiro, a maioria das rotas são fixas, curtas, e com apenas um destino, partindo em intervalos que variam de 5 a 15 minutos. No interior do estado do Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo, as rotas também são fixas, porém contemplam diversos operadores logísticos, em longos trajetos. Em geral, as edições de sábado e domingo consomem maior capacidade dos veículos. Ressalta-se que, nesta etapa, são transportados grandes volumes em caminhões Toco e Truck, em poucas rotas, de longa distância e duração, para poucos “clientes”, representados pelos operadores logísticos.

A quarta e última etapa do processo de distribuição domiciliar consiste na entrega final ao cliente, realizada pelos operadores logísticos. Nesta etapa, o jornal ainda passa por processos como a inserção manual de encartes comerciais e suplementos extras, montagem dos diversos cadernos que compõem o jornal e ainda a separação dos jornais em roteiros de entrega. É necessário conhecimento profundo sobre produtividade e planejamento detalhado da operação, para não comprometer a entrega ao cliente final. Na entrega domiciliar, são realizadas diversas rotas de curta duração, usando veículos leves como moto, bicicleta e até mesmo carrinhos de mão, atendendo a milhares de clientes em malha viária urbana. A particularidade desta etapa está no volume e na janela de tempo disponível para entrega. Diariamente são entregues cerca de 200 mil jornais, com uma janela de tempo de aproximadamente 4,5 horas.

### **3.2 Delimitação do Estudo**

Este estudo foi realizado em uma grande empresa de comunicação, responsável pela edição e impressão de alguns dos maiores jornais impressos do país. O escopo deste trabalho está na terceira etapa do processo de distribuição, na qual o jornal é transportado para os operadores logísticos responsáveis pela entrega domiciliar. Para a realização do transporte, são contratados provedores de serviços logísticos especializados em transporte de cargas. Foi modelado o transporte para os operadores logísticos situados no interior do estado do Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo capital, responsáveis por aproximadamente 30% do total de jornais entregues no país. Tal escolha justifica-se pela facilidade na obtenção de dados, e também na possibilidade real de se obter ganhos de escala, já que qualquer melhoria nesta etapa pode representar um ganho anual considerável, validando a sustentabilidade técnica da aplicação.

## 4. MODELAGEM

### 4.1 Demanda

A demanda deve ser expressa em quilos (kg), uma vez que o peso unitário de cada edição varia ao longo da semana. Além disso, os custos do transporte rodoviário de cargas estão freqüentemente associados ao peso transportado, o que facilita a estimativa de custos e comparação de resultados. Outro fator importante para a utilização desta unidade é que o peso do produto jornal é determinante da capacidade de seu transporte, já que suas dimensões são bem reduzidas (densidade média = 9,85 kg/m<sup>3</sup>). Assim como o peso, a quantidade de jornais entregues também varia ao longo da semana, atingindo picos nas edições de sábado e domingo. Este fato acentua ainda mais a diferença de peso entre as edições de fim-de-semana e do resto da semana.

**Tabela 1:** Demanda em kg por ponto de entrega para cada dia da semana

No.	PONTOS DE ENTREGA	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM
1	ANGRA DOS REIS	392	457	462	491	515	646	2265
2	ARARUAMA	236	274	244	265	258	349	1110
3	BUZIOS	132	135	126	152	138	224	546
4	ARRAIAL DO CABO	29	29	24	31	30	35	54
5	BARRA DE SÃO JOÃO	42	62	64	58	56	91	464
6	BARRA DO PIRAI	224	230	246	219	214	278	1226
...	...	...	...	...	...	...	...	...
	<b>TOTAL</b>	<b>13.831</b>	<b>15.088</b>	<b>14.250</b>	<b>15.124</b>	<b>14.547</b>	<b>17.814</b>	<b>59.005</b>

### 4.2 Distâncias

Para o cálculo das distâncias entre os pontos de entrega, foram consideradas as distâncias de centro a centro das cidades visitadas, uma vez que todas as paradas consideradas no estudo ocorrem nos respectivos centros urbanos das cidades. Construiu-se uma matriz simétrica, com todas as distâncias usadas no modelo, considerando as principais rodovias federais e estaduais da região sudeste, e no caso de existirem duas ou mais possíveis rotas entre dois pontos de entrega, foi considerada a rota mais curta. O site [www.apontador.com.br](http://www.apontador.com.br) foi usado como base para extração destes dados.

### 4.3 Veículos utilizados

Atualmente, em toda a operação de entrega domiciliar, são usados três tipos de veículos de carga: caminhão tipo Truck, caminhão tipo Toco e carro tipo Furgão (Sprinter).

Os caminhões tipo Truck são considerados veículos comerciais semi-pesados, possuem três eixos, carroceria do tipo baú para carga seca, com capacidade de carga para 12 toneladas, e é indicado para percursos mais longos, com grande quantidade de carga e com poucas paradas. Por serem equipados com motores de grande potência, porém, em chassis pesados, é aconselhável sua utilização em trechos que necessitem de força do motor, como por exemplo em serras, ou que precisem de velocidade ponto a ponto, sendo assim, desaconselhável utilizá-los para muitas paradas. Os caminhões tipo Toco são veículos comerciais leves, possuem dois eixos, carroceria do tipo baú para carga seca, com capacidade de carga para 8 toneladas, e é indicado para percursos de curta e média distância, com uma média quantidade de carga, e muitas paradas. Por serem equipados com motores de baixa potência e chassis leves, são bastante utilizados em trechos urbanos, que não necessitem de grandes velocidades, e que tenham um grande número de paradas. Os carros tipo Furgão são considerados veículos

comerciais furgão, e o exemplo mais comum deste veículo é o modelo SPRINTER da MERCEDES-BENZ. Os veículos podem possuir dois ou três eixos, conforme a necessidade de carga. Com apenas dois eixos podem carregar até 1,5 toneladas, e com três eixos podem carregar até 2 toneladas. São indicados para uso urbano, ou trechos rodoviários com pouca carga e que necessitem de rapidez. Podem fazer muitas paradas, pois conseguem atingir a velocidade final com rapidez. Neste trabalho, este tipo de veículo será denominado apenas por “Sprinter”.

Nesta aplicação, não incide custo fixo direto ao se alocar um veículo para determinada rota. Por ser um serviço terceirizado, o custo fixo está embutido no custo variável. As tarifas apresentadas foram obtidas junto a fornecedores de serviços de transporte de cargas, sendo consideradas, portanto, tarifas de mercado, visando incorporar realismo ao modelo. Em geral, as tarifas de transporte não apresentam comportamento linear, variando exponencialmente em função da quilometragem percorrida. Porém, em alguns fornecedores, a partir de determinada quilometragem, o custo por quilômetro assume comportamento assintótico, passando a ser praticamente constante, o que garante a sustentabilidade da simplificação feita no modelo. A tabela 2 traz a base de dados considerada na modelagem para os veículos utilizados:

**Tabela 2:** Base de Dados sobre os Veículos utilizados

Tipos de Veículos	Capacidade (em kg)	Velocidade Média (km/h)	Tarifa (R\$/km)
SPRINTER	2500	90	0,74
TOCO	8000	70	1,16
TRUCK	12000	80	1,28

A partir das distâncias e das velocidades de cada veículo, pode-se estimar o tempo de deslocamento de cada veículo entre cada par de cidades. Como a distribuição de jornais é feita de madrugada ou nas tardes de sábado (no caso da edição de domingo), horários em que as estradas têm pouco movimento, as estimativas obtidas são bastante razoáveis, conforme medido em três semanas de operações.

#### 4.4 Tempo de descarga

O tempo de descarga em cada ponto de entrega pode ser dividido em duas partes: uma fixa, que representa o tempo de frenagem, abertura do baú e manobras do veículo, e outra variável, em função do peso descarregado no ponto. Para obter o tempo de descarga em cada ponto de entrega, foram medidos os tempos de descarga em cada ponto durante três semanas, incluindo as edições de sábado e domingo. Assumiu-se a premissa de que todos os pontos de entrega oferecem condições semelhantes de entrega (rampas, clima, etc). A partir da base de dados levantada nesta pesquisa, utilizou-se o método de regressão geométrica para expressar o tempo de descarga em função do peso entregue no ponto, fornecido pela equação:

$$T = 0,4459P^{0,5465} \quad (10)$$

Onde:

P é o peso dos jornais entregues no ponto;

T é o tempo total de descarga.

#### 4.5 Janela de Tempo

O horário limite de entrega pode variar de acordo com as condições contratuais pré-definidas em concordância com o nível de serviço exigido pelos clientes de determinada região, sendo, portanto, variável para diversos operadores logísticos. Ao assumir a premissa de que todas as rotas tem início às 00:00hs, estimou-se a janela de tempo para cada ponto. Vale ressaltar que as edições de domingo apresentam particularidades: não apenas algumas rotas partem às 14:00hs de sábado, como vários pontos têm suas janelas de tempo aumentadas em duas ou três horas.

#### 4.6 Rotas Atuais

Foram levantadas as rotas atualmente utilizadas para possibilitar comparações, em termos de custos e qualidade de serviço, com as novas rotas propostas. Atualmente os 49 operadores logísticos são servidos por 13 rotas fixas, cujos veículos rodam um total de 6.710 km por dia. As rotas são fixas no sentido que a mesma sequência de paradas é utilizada todos os dias. Como a edição de domingo exige maior capacidade do que os demais dias, essas rotas fixas foram criadas em função da demanda dominical. Uma descoberta interessante foi o fato de que em 18 clientes as janelas de tempo estavam sendo diariamente violadas. Na verdade, as janelas de tempo que foram informadas revelam os horários em que os operadores logísticos *gostariam* de ser atendidos, o que nem sempre corresponde ao que se pratica hoje na empresa. Desta forma, as rotas propostas incorporaram o nível de serviço exigido pelos clientes. A tabela 3 apresenta um resumo das rotas atuais, e também o custo diário de cada rota, considerando as tarifas praticadas no mercado:

**Tabela 3:** Rotas Atuais - Edições de segunda a domingo

Rotas	Distância percorrida (km)	Peso (kg)	Tempo total (horas)	Veículo	Utilização (%)	Tarifa (R\$/km)	Custo Diário (R\$)
Rota 01	266	204	2,3	TOCO	3%	1,16	308,56
Rota 02	111	359	1,6	TOCO	4%	1,16	128,76
Rota 03	402	1.604	4,0	TOCO	20%	1,16	466,32
Rota 04	250	640	2,4	TOCO	8%	1,16	290,00
Rota 05	856	1.065	6,4	SPRINTER	13%	0,74	633,44
Rota 06	960	1.619	7,6	SPRINTER	20%	0,74	710,40
Rota 07	522	586	4,4	TOCO	7%	1,16	605,52
Rota 08	281	923	2,3	TOCO	12%	1,16	325,96
Rota 09	527	1.738	4,8	TOCO	22%	1,16	611,32
Rota 10	400	2.288	3,5	TOCO	29%	1,16	464,00
Rota 11	648	1.059	5,5	TOCO	13%	1,16	751,68
Rota 12	1.108	1.384	9,2	TOCO	17%	1,16	1.285,28
Rota 13	379	361	3,5	TOCO	5%	1,16	439,64
<b>TOTAL</b>	<b>6.710</b>	13.831	57,7	-	-	<b>CUSTO</b>	<b>7.020,88</b>
<b>MÉDIA</b>	516	1.064	4,4	-	13%	<b>TOTAL</b>	

### 5. RESULTADOS

O algoritmo exato de branch-and-price foi rodado num processador Pentium 4 2,4GHz, com 512Mb de memória RAM. O resolvidor de programação linear usado foi o CPLEX 8.0. As soluções de segunda a sexta-feira foram idênticas em relação à sequência de entrega e tipo de veículo usado, variando apenas no tempo total das rotas em função do tempo de descarga em cada ponto. Esta uniformidade indica que é possível chegar a um bom compromisso entre a qualidade das soluções e a facilidade de sua implantação. É conveniente para a rotina da

empresa que rotas semelhantes sejam usadas em vários dias. As tabelas 4, 5 e 6 trazem um resumo dos principais dados fornecidos pelas soluções e estimam o custo das rotas com base nas tarifas de mercado:

**Tabela 4:** Rotas Propostas - Edições de segunda a sexta

Rotas	Distância percorrida (km)	Peso (kg)	Tempo total (horas)	Veículo	Utilização (%)	Tarifa (R\$/km)	Custo Diário (R\$)
Rota 01	522	586	3,5	SPRINTER	23%	0,74	386,28
Rota 02	415	1.700	3,5	SPRINTER	68%	0,74	307,10
Rota 03	411	960	3,4	SPRINTER	38%	0,74	304,14
Rota 04	381	602	3,5	SPRINTER	24%	0,74	281,94
Rota 05	385	1.565	3,1	SPRINTER	63%	0,74	284,90
Rota 06	723	519	4,9	SPRINTER	21%	0,74	535,02
Rota 07	364	1.819	3,0	SPRINTER	73%	0,74	269,36
Rota 08	1.097	1.318	7,1	SPRINTER	53%	0,74	811,78
Rota 09	502	901	3,3	SPRINTER	36%	0,74	371,48
Rota 10	581	1.299	4,7	SPRINTER	52%	0,74	429,94
Rota 11	856	1.065	5,1	SPRINTER	43%	0,74	633,44
Rota 12	948	1.497	5,8	SPRINTER	60%	0,74	701,52
<b>TOTAL</b>	<b>7.185</b>	13.831	51,0	-	-	<b>CUSTO</b>	<b>5.316,90</b>
<b>MÉDIA</b>	599	1.153	4,2	-	46%	<b>TOTAL</b>	

**Tabela 5:** Rotas Propostas - Edição de sábado

Rotas	Distância percorrida (km)	Peso (kg)	Tempo total (horas)	Veículo	Utilização (%)	Tarifa (R\$/km)	Custo Diário (R\$)
Rota 01	516	766	3,4	SPRINTER	31%	0,74	381,84
Rota 02	279	1.268	2,5	SPRINTER	51%	0,74	206,46
Rota 03	412	1.294	3,4	SPRINTER	52%	0,74	304,88
Rota 04	374	1.373	3,9	SPRINTER	55%	0,74	276,76
Rota 05	364	1.329	2,7	SPRINTER	53%	0,74	269,36
Rota 06	794	669	5,8	SPRINTER	27%	0,74	587,56
Rota 07	501	1.397	3,5	SPRINTER	56%	0,74	370,74
Rota 08	594	1.969	4,3	SPRINTER	79%	0,74	439,56
Rota 09	1.105	643	7,1	SPRINTER	26%	0,74	817,70
Rota 10	856	1.260	5,1	SPRINTER	50%	0,74	633,44
Rota 11	324	2.076	3,3	SPRINTER	83%	0,74	239,76
Rota 12	502	2.199	4,0	SPRINTER	88%	0,74	371,48
Rota 13	576	416	3,3	SPRINTER	17%	0,74	426,24
Rota 14	948	1.152	5,8	SPRINTER	46%	0,74	701,52
<b>TOTAL</b>	<b>8.145</b>	17.814	58,2	-	-	<b>CUSTO</b>	<b>6.027,30</b>
<b>MÉDIA</b>	582	1.272	4,2	-	51%	<b>TOTAL</b>	

**Tabela 6:** Rotas Propostas - Edição de domingo

Rotas	Distância percorrida (km)	Peso (kg)	Tempo total (horas)	Veículo	Utilização (%)	Tarifa (R\$/km)	Custo Diário (R\$)
Rota 01	302	2.423	2,2	SPRINTER	91%	0,74	223,48
Rota 02	405	1.777	3,6	SPRINTER	71%	0,74	299,70
Rota 03	1.199	2.033	8,5	SPRINTER	81%	0,74	887,26
Rota 04	353	7.805	4,3	TOCO	98%	1,16	409,48
Rota 05	689	2.339	5,1	SPRINTER	94%	0,74	509,86
Rota 06	594	6.341	4,9	TOCO	79%	1,16	689,04
Rota 07	281	2.140	2,7	SPRINTER	86%	0,74	207,94
Rota 08	402	8.668	4,6	TRUCK	72%	1,28	514,56
Rota 09	412	1.730	3,5	SPRINTER	69%	0,74	304,88
Rota 10	353	9.753	4,1	TRUCK	81%	1,28	451,84
Rota 11	967	2.298	6,6	SPRINTER	98%	0,74	715,58
Rota 12	587	2.417	4,7	SPRINTER	97%	0,74	434,38
Rota 13	941	9.281	7,4	TRUCK	77%	1,28	1.204,48
TOTAL	<b>7.485</b>	59.005	62,0	-	-	<b>CUSTO</b>	
MÉDIA	576	4.539	4,8	-	84%	<b>TOTAL</b>	<b>6.852,48</b>

Uma modificação visível entre as rotas propostas e as rotas atuais é a utilização do veículo Sprinter, alocado para todas as rotas propostas de segunda a sábado. O veículo Truck, que não é usado na operação atual, também foi alocado para uma rota no domingo. O número de rotas também se alterou: de 13 rotas atualmente, para 12, de segunda a sexta, 14 no sábado, e 10 no domingo. Outra melhoria foi obtida na taxa de utilização dos veículos. Atualmente, a média é de 13%, atingindo valor máximo de 29% na rota 10. Na solução proposta para segunda a sexta, por exemplo, esta média subiu para 46%, atingindo máximo valor de 73%, o que ilustra um melhor aproveitamento da capacidade da frota. A tabela 7 apresenta o resumo comparativo entre as soluções propostas e as rotas atuais, com destaque para os custos da operação:

**Tabela 7:** Comparação entre os cenários Atual e Proposto

Edições	Cenários	Km Total	Número de Rotas	Km média por rota	Custo (R\$)	Variação
Segunda a Sexta	Atual	6.710	13	516	7.020,88	
	Proposto	7.185	12	599	<b>5.316,90</b>	<b>-24,3%</b>
	Diferença	475	-1	83	-1.703,98	
Sábado	Atual	6.710	13	516	7.020,88	
	Proposto	8.145	14	582	<b>6.027,30</b>	<b>-14,2%</b>
	Diferença	1.435	1	66	-993,58	
Domingo	Atual	6.710	13	516	7.020,88	
	Proposto	7.485	13	576	<b>6.852,48</b>	<b>-2,4%</b>
	Diferença	775	0	60	-168,40	

A redução de custos é notável em todos os dias da semana, com destaque para as rotas de segunda a sexta, cujos custos foram reduzidos em 24,3%, principalmente pela substituição de veículos Toco por Sprints. Pela mesma razão, a edição de sábado apresentou uma redução de seu custo em 14,2%. A edição de domingo manteve o número de rotas, e aumentou a quilometragem percorrida, ao mesmo tempo em que usou um mix variado de veículos Truck, Toco e Sprinter, em função do grande volume transportado nesta edição. O nível de serviço

exigido pelas janelas de tempo foi respeitado em todos os pontos de parada, para todas as rotas. Ao comparar o custo anual da operação atual com a solução proposta, estimou-se uma redução de aproximadamente **460 mil reais**, o que representa **20%** de seu custo atual, ou ainda uma economia de 38 mil reais ao mês.

## **6. COMENTÁRIOS FINAIS**

Foi usado um algoritmo de branch-and-price para uma variante complexa do problema de roteamento de veículos. Nas sete instâncias, correspondentes a um problema real de distribuição de jornais, o algoritmo apresentou bom desempenho, sendo capaz de resolver todas de forma exata em tempo bastante aceitável. Os resultados obtidos indicam boas possibilidades de ganhos econômicos, em torno de 20% do custo total da operação, cujo custo gira em torno de 2,5 milhões de reais por ano.

Outros ganhos decorrentes da implantação das soluções propostas não puderam ser mensurados na modelagem, como por exemplo, maior flexibilidade e a possibilidade de redução do tempo de descarga em cada ponto ao substituir o veículo Toco por Sprinter nas rotas de segunda a sábado. Outro aspecto que deve ser analisado antes de uma implementação da solução refere-se ao processo de carregamento das rotas no parque gráfico, que pode exigir algumas adaptações em função dos veículos alocados. Ainda com o objetivo de reduzir o tempo de descarga, pode ser estudado o processo de separação e arrumação da carga no baú dos veículos, levando em consideração a sequência de entrega e as condições da entrega nos pontos. Destaca-se ainda um fator que pode influenciar diretamente o custo das rotas: a negociação de tarifas. A contratação de um ou mais provedores de serviços de transportes deve ser avaliada não só operacionalmente, mas também em consequência dos custos de negociação envolvidos.

Como desenvolvimento futuro, vislumbra-se a possibilidade de trabalhar com funções de custo não-lineares, para tornar o problema ainda mais real, e refletir a realidade dos preços do mercado de fretes. Pode-se, ainda, atribuir diferentes velocidades de deslocamento para cada trecho da matriz de distâncias, considerando as condições das estradas, existências de obras, até condições climáticas e até custos de pedágios. Além de acrescentar realismo à modelagem, esta pode ser usada como ferramenta de planejamento para eventos especiais, como por exemplo, entrega de novos produtos e esquemas especiais de feriados.

Como qualquer solução em logística, esta solução não é estática, e deve ser reavaliada periodicamente de acordo com os objetivos estratégicos da empresa. Mudanças na carteira de clientes e promoções envolvendo produtos como brindes aos assinantes impactam diretamente na configuração da frota, que deve ser redimensionada para se obter um custo mínimo de transporte para determinado nível de serviço. O tempo de resposta às mudanças depende do compromisso dos setores envolvidos com o planejamento integrado e o nível de precisão das previsões assumidas.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Dantzig, G.B.; Wolfe, P. *Decomposition Principle for Linear Programs*. Operations Research 8:101-111, 1960.
- Desrochers, M.; Desrosiers, J.; Solomon, M.. *A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows*. Operations Research, 40:342-354, 1992.
- Desrosiers, J.; Soumis, F.; Desrochers, M.. *Routing with time windows by column generation*. Networks, 14:545-565, 1984.
- Houck, D.; Picard, J.; Queyranne, M.; Vemuganti R.. *The traveling salesman problem as a constrained shortest path problem: Theory and computation experience*. Opsearch (India) 17:94-109, 1980.

Liu, F.; Shen, S.. *A method for vehicle routing problem with multiple vehicle types and time windows*. Proc. Natl. Sci. Counc, 23:526-536, 1999.  
Picard, R.; Brody, J. *The Newspaper Publishing Industry*. Allyn and Bacon, Boston, MA, 1977.  
Toth P.; Vigo, D.. *The Vehicle Routing Problem*. Monographs on Discrete Mathematics and Applications. SIAM, 2002.

**Endereços:**

**Luiz Cesar Nanci** - Mestrado em Engenharia de Produção – UFF – RJ / E-mail: [cnanci@predialnet.com.br](mailto:cnanci@predialnet.com.br)  
Praia João Caetano, 155/402 – Ingá – Niterói – RJ

**Fernanda Menezes** – Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-RJ / E-mail: [fernanda.menezes@gmail.com](mailto:fernanda.menezes@gmail.com)  
Rua Marquês de São Vicente, 225, Gávea, CEP:22453-900, Gávea, Rio de Janeiro - RJ

**Eduardo Uchoa** – Departamento de Engenharia de Produção – UFF – RJ / E-mail: [uchoa@producao.uff.br](mailto:uchoa@producao.uff.br)  
Rua Passos da Pátria, 156, São Domingos, 24210-240 – Niterói – RJ

**Bruno Siano Rego** – Departamento de Pós-Graduação FGV-RJ / E-mail: [brego@amazontech.com.br](mailto:brego@amazontech.com.br)