

# UMA HEURÍSTICA BASEADA EM ALGORITMOS GENÉTICOS PARA O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO PERIÓDICA

Luciele Wu

Cláudio Barbieri da Cunha

Programa de Mestrado em Engenharia de Transportes  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

## RESUMO

Este artigo trata do problema de roteirização periódica, uma generalização do problema clássico de roteirização de veículos. Neste problema, os pontos a serem atendidos podem ter diferentes frequências e a roteirização deve considerar um período de planejamento. Portanto, é preciso decidir quais são os melhores dias de visita para cada ponto (respeitando sua frequência), para que a roteirização seja otimizada para todo o horizonte de planejamento. Este problema ocorre no contexto da logística *inbound* na indústria automobilística. Neste caso, não só os roteiros de coleta devem ser determinados como também os dias em que cada fornecedor pode ser visitado, dado que os diferentes fornecedores podem ter diferentes frequências. Apesar da importância prática, este problema não tem sido tão estudado como outros problemas de roteirização. É proposta uma heurística inédita baseada em Algoritmos Genéticos a fim de possibilitar resolver problemas reais encontrados na prática. O algoritmo foi implementado e testado para problemas encontrados na literatura.

## ABSTRACT

This article deals with the periodic vehicle routing problem, which can be viewed as a generalization of the classical vehicle routing problem. In this problem, points to be serviced may have different frequencies and the routing is accomplished over a given planning horizon. Thus, one must decide what are the best days to visit each point (respecting its given frequency), so that the routing over the overall planning horizon is optimized. This problem arises in the context of inbound logistics in the automobile industry. In this case, pick-up routes should be determined as well as the days each supplier must be visited, given that the different suppliers may have different frequencies. Despite its practical relevance, this problem has not been as widely studied as other routing problems. We propose a novel heuristic algorithm based on Genetic Algorithms for solving real instances found in practice. The algorithm was implemented and tested against problems found in the literature.

## 1. INTRODUÇÃO

O termo roteirização de veículos, embora não encontrado nos dicionários de língua portuguesa, é a forma que vem sendo utilizada como equivalente ao inglês “routing” (ou “routeing”) para designar o processo para a determinação de um ou mais roteiros, ou seqüências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento.

Segundo Laporte *et al.* (2000), o problema de roteirização de veículos consiste em definir roteiros de veículos que minimizem o custo total de atendimento, cada um dos quais iniciando e terminando no depósito ou base dos veículos, assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer rota não exceda a capacidade do veículo que a atende.

Em linhas gerais, o problema de roteirização periódica tem, em sua essência, os mesmos conceitos básicos de um problema de roteirização clássico. Ele pode ser considerado como uma extensão do problema original por ter como característica principal um período de planejamento superior a um dia. Neste caso, a cada ponto de atendimento está associada uma frequência de atendimento (por exemplo, diária, em dias alternados, uma vez por semana, etc.), sendo necessário definir também em que dias cada ponto será visitado, respeitando sua frequência, de tal forma que o custo total da roteirização em todo o período de planejamento

seja minimizado. É evidente que uma má designação dos pontos a serem atendidos em cada dia pode levar a necessidades de frota muito distintas nos diferentes dias, ou ainda distâncias percorridas muito diferentes, ambos indesejáveis.

Uma aplicação prática bastante relevante e atual da roteirização periódica é o abastecimento de uma planta de uma montadora de veículos. Atualmente, a maioria das montadoras no Brasil atua no sistema *just-in-time*, ou seja, não mantém e nem armazena estoque de insumos e matérias-primas utilizadas na produção dos veículos. Usualmente um operador logístico é contratado para efetuar as coletas, nos fornecedores, das quantidades exatas necessárias para o próximo dia ou turno de trabalho, de acordo com uma programação de produção definida previamente. Com isso, a montadora evita a complexa tarefa de recebimento e movimentação de peças e componentes de um número elevado de fornecedores que entregam diretamente na planta, transferindo a responsabilidade pela coleta, conferência e entrega para um operador logístico. Racionaliza-se ainda o sistema de recebimento e as áreas necessárias, evitando-se as filas para descarga de um número elevado de fornecedores. Nesse sistema de coleta, alguns fornecedores são visitados diariamente, enquanto outros são coletados apenas uma vez por semana (neste caso porque a demanda e os volumes envolvidos podem não justificar uma frequência de coleta maior).

Tal sistema de abastecimento da indústria automobilística é conhecido como coleta *milk-run*, uma analogia ao antigo sistema de coleta de leite nas fazendas por cooperativas de laticínios para pasteurizar o produto. Antes da implantação deste sistema, cada fazenda levava o leite produzido todos os dias para as cooperativas, o que aumentava o custo do produto e as filas na área de desembarque. A fim de diminuir os custos, as próprias cooperativas passaram a coletar o leite nas fazendas com embalagens padronizadas e retornáveis. Uma vez que o leite é um produto perecível, um determinado tempo entre a produção e sua utilização doméstica não podia ser ultrapassado; logo, horários pré-determinados de coleta também foram instituídos, como as janelas de tempo que pode vir a ser uma das restrições nos problemas de roteirização. Analogamente, para a indústria automobilística esse sistema de coletas permite que as plantas trabalhem praticamente sem estoque, e diminuem as filas na área de desembarque, como nas cooperativas de leite.

Outras aplicações de problemas de roteirização periódica incluem, entre outros, problemas de limpeza (varrição) de ruas ou de coleta de lixo urbano ou industrial.

Segundo Cunha (2000), problemas que envolvem a roteirização de veículos correspondem a problemas combinatórios, do tipo NP-difícil, o que torna impossível a obtenção de soluções ótimas através de pacotes de otimização para instâncias encontradas no mundo real, trazendo o desafio da busca de novas heurísticas mais eficientes que possibilitem a sua aplicação a problemas práticos do dia-a-dia das empresas. O problema de roteirização periódica apresenta a complexidade adicional de ser necessário definir ainda os melhores dias de atendimento para cada ponto, de tal forma que a roteirização para o conjunto de dias que compõem um período de planejamento seja otimizada.

Assim, pretende-se, neste artigo, descrever uma estratégia de solução inédita para o problema de roteirização periódica baseada em Algoritmos Genéticos. São também apresentados resultados de experimentos computacionais realizados para alguns problemas clássicos da literatura.

Este artigo está organizado da seguinte forma: o próximo item apresenta uma revisão bibliográfica sobre o problema. No item 3 é apresentada a formulação matemática do problema, seguindo-se, no item 4, o detalhamento da estratégia de solução baseada em Algoritmos Genéticos. Já no item 5 são apresentados os resultados computacionais obtidos e no item 6 as considerações finais, bem como recomendações para a continuidade da pesquisa e trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Antes de receber a denominação de roteirização periódica, o problema proposto era considerado como um problema de designação (*assignment*) de dias de visita. Beltrami e Bodin (1974) fazem um estudo com essa denominação para a coleta de lixo urbano na cidade de Nova Iorque. Os autores discutem algumas estratégias de solução em que (i) os pontos são agrupados e depois roteirizados, ou (ii) são criados os roteiros, e com base neles são definidos os dias de visita. Em ambos os casos as heurísticas se baseiam numa versão modificada do método de economias de Clarke e Wright (1964).

Russel e Igo (1979) propõem um modelo matemático para o problema de atribuição de dias e roteirização que, segundo os autores, é intratável, mesmo para instâncias de menor porte. Os autores desenvolvem três heurísticas de solução, inspiradas no trabalho de Beltrami e Bodin (1974). Numa delas, os pontos são agrupados de forma a se obter grupos compactos; nesse caso, os pontos são alocados sequencialmente aos dias de visita, considerando-se a distância a cada um dos grupos de pontos segundo uma ordem que depende da frequência de visita (os pontos que requerem apenas uma visita no período são os últimos a serem alocados). As outras duas heurísticas buscam melhorar os resultados da heurística anterior através da consideração explícita dos roteiros, sendo que, numa delas também é utilizada uma versão modificada do algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964). Os autores também tratam do problema de coleta de resíduos. A medida básica de avaliação foi a distância total percorrida no período.

O primeiro artigo que adota a denominação “roteirização periódica” é o de Christofides e Beasley (1984), que caracterizam o problema e apresentam o modelo matemático completo para um caso genérico. Os autores decompõem e modelam o problema em duas partes, sendo a primeira uma escolha da combinação de dias para cada cliente com o objetivo de minimizar o custo total no período. Cada dia do período é analisado como um subproblema de roteirização. Os autores concluem ser este um problema muito complexo, que envolve um enorme número de variáveis. Para auxiliar na solução, são propostas duas relaxações que transformam os subproblemas de roteirizações diárias em um *median problem* (soma das distâncias totais de todos os pontos visitados em um certo dia a um ponto central) e um problema de caixeiro viajante.

A heurística proposta pelos autores é baseada primeiro na escolha inicial das combinações de dias de entrega para os clientes e, em seguida, uma troca (*interchange*) da combinação dos dias dos clientes, na tentativa em reduzir o custo total. A dificuldade dessa estratégia é avaliar o efeito da mudança dos clientes nas combinações dos dias de visita, uma vez que para isso é necessário realizar a roteirização diária com as mudanças, e comparar o resultado final com o resultado anterior.

A fase de alocação das combinações de dias de visita permitidas para os clientes é iniciada primeiramente com a ordenação dos clientes seguindo uma ordem decrescente de uma medida de “importância”, colocando os clientes com dias de combinação fixa no topo da lista, enquanto que para os demais, a ordenação é feita baseada na demanda de cada ponto, ou seja, os clientes com demandas maiores tem seus dias escolhidos primeiro, evitando-se problemas posteriores de viabilidade, dado que a frota é fixa. Após a ordenação dos clientes, para cada um deles é avaliado o aumento do custo total no período para cada combinação de dias permitida, então é feita a escolha da combinação que proporciona o menor aumento geral dos custos. A fase de trocas (*interchanges*) da heurística é a tentativa de melhoria da solução, que seria a mudança da combinação de dias dos clientes e realmente efetivar aquelas que oferecem custos menores. Isto é feito através de uma escolha de um subgrupo de clientes de tamanho reduzido e, dentre estes clientes, enumerar as possibilidades de combinações, procurando minimizar os custos totais.

Baptista *et al.* (2002) propõem uma nova formulação baseada na proposta por Christofides e Beasley (1984), mas considerando novas restrições para o problema real de coleta de papel reciclável na cidade de Almada, em Portugal. Mais especificamente, o que diferencia a formulação dos autores da anterior proposta por Christofides e Beasley (1984) é o tamanho do período (um mês), a frota não ser uma variável e a frequência de visitas de cada ponto ser uma variável de decisão, uma vez que o volume de papel a ser coletado de cada ponto varia de um período para o outro, devido à dificuldade de previsão. Os autores propõem uma estratégia de solução baseada no método de melhoria através de trocas (*interchanges*) sugerido por Christofides e Beasley (1984).

Em síntese, com base no levantamento da bibliografia disponível sobre o assunto, verifica-se que o problema de roteirização periódica é um problema ainda pouco estudado na literatura, apesar da sua importância crescente no contexto logístico das empresas, em particular, mais recentemente, no setor automobilístico.

### **3. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA**

Em linhas gerais, dado um horizonte de planejamento, o problema de roteirização periódica objetiva a definição da melhor combinação de dias e de roteiros para cada dia, com o intuito de atender a demanda total do período e minimizar o custo total do sistema, composto por uma parcela de custo variável (função da distância total percorrida no período) e uma parcela de custo fixo (função da máxima frota necessária no período).

Para cada ponto de atendimento são conhecidas a uma demanda, localização e frequência de visita. Esta última característica do cliente é descrita como o número de dias que um cliente tem que ser visitado no período, podendo ser escolhida de acordo com a demanda requerida do ponto, pela disponibilidade de estoque no ponto ou no depósito, pela disponibilidade de espaço no depósito, pela quantidade mínima requerida de produtos por dia, pela possibilidade de fabricação da quantidade a ser coletada, entre outros.

As frequências de visita seguem um determinado padrão pré-estabelecido. Por exemplo, se o período é de cinco dias, podemos ter uma, duas ou três visitas no período. Dependendo do problema específico, há a possibilidade de visitas diárias. As visitas ocorrem com intervalos regulares no período (por exemplo, um ponto de atendimento que requer duas visitas no período de 6 dias terá obrigatoriamente uma visita a cada 3 dias). Caso tenhamos, por

exemplo, um período de planejamento correspondendo a uma semana de cinco dias (2<sup>a</sup> a 6<sup>a</sup> feira) e um ponto requer duas visitas no período, podemos ter as seguintes combinações: (2<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup>), (3<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup>) ou (4<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup>).

### 3.1. Formulação Matemática

Baseado no exposto acima, o modelo matemático deve determinar simultaneamente (i) a atribuição dos melhores dias de visita para cada ponto de atendimento e (ii) a definição de roteiros para cada dia, de modo que o custo total no período seja minimizado. Considera-se ainda uma frota homogênea de veículos com restrição de capacidade de carga. O problema pode ser tanto de coleta quanto de entrega, mas não ambas simultaneamente.

Seja  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ , cada um dos dias de um período de planejamento com duração de  $T$  dias e  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ , o conjunto de pontos (ou nós) a serem atendidos em  $T$ . A cada ponto  $i$  está associada uma quantidade  $q_i$  a ser coletada (ou entregue) em cada visita necessária durante o período  $T$ . O ponto 0 corresponde ao depósito central, de onde saem e para onde retornam os veículos. Temos para a designação de dias  $k = 1, 2, \dots, G_i$ , o conjunto de combinações de dias de visita permitidas para cada tipo de frequência que cada ponto  $i$  requer em  $T$ .

A distância entre todos os nós do conjunto, incluindo o depósito, recebe a denominação de  $d_{ij}$ , que corresponde à menor distância partindo do ponto  $i$  e alcançando o ponto  $j$ .

Seja  $f = 1, 2, \dots, F$ , a frota máxima homogênea de veículos disponíveis suficientemente grande para ser utilizada no período  $T$ . A capacidade de cada veículo é dada por  $Q$ , o custo variável com a distância percorrida é dado por  $C_v$  e o custo fixo de cada veículo no período  $T$  é dado por  $C_f$ .

As variáveis de decisão do problema são as seguintes:

$x_{ik} =$  1 se a combinação  $k$  é escolhida para o fornecedor  $i$ ;  
0 caso contrário.

$v_{it} =$  1 se fornecedor  $i$  é visitado no dia  $t$ ;  
0 caso contrário.

$u_{ijtw} =$  1 se o veículo  $w$  vai do fornecedor  $i$  para o fornecedor  $j$  no dia  $t$ ;  
0 caso contrário.

O modelo matemático proposto a seguir une as duas etapas de solução em uma, tendo como base a formulação original de Christofides e Beasley (1984) e Baptista *et al.* (2002). A decisão fundamental é a alocação dos nós nas combinações de dias de visita permitidas ( $u_{ijtw}$ ) e determinar o tamanho da frota  $F$  necessária.

$$[\text{Minimizar}] \quad Z = C_f \cdot f_u + C_v \cdot \sum_{t=1}^T \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{w=1}^f d_{ij} \cdot u_{ijtw} \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{k \in G_i} x_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (i \neq 0) \quad (2)$$

$$v_{it} = \sum_{k \in G_i} x_{ik} \cdot a_{kt} \quad \forall t, i \quad (i \neq 0) \quad (3)$$

$$\sum_{w=1}^f u_{ijtw} \leq \frac{v_{it} + v_{jt}}{2} \quad \forall i, j, t \quad (i \neq j) \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n u_{iptw} = \sum_{j=0}^n u_{pjtw} \quad \forall p, t, w \in F \quad (5)$$

$$\sum_{w=1}^f \sum_{i=0}^n u_{ijtw} = \begin{cases} v_{jt}, \forall t, j \neq 0 \\ |F|, \forall t, j = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in H} u_{ijtw} \leq |H| - 1 \quad \forall t, w \in F \quad \forall H \subseteq N \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n u_{0jtw} \leq 1 \quad \forall t, w \in F \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n q_{it} \cdot \left( \sum_{j=0}^n u_{ijtw} \right) \leq Q \quad \forall t, r \in F \quad (9)$$

$$f_u = \max_t \left\{ \sum_w \sum_j u_{0,jtw} \right\} \quad (10)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i, k \in G_i \quad (11)$$

$$u_{ijtw} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, t, w \in F \quad (12)$$

A função objetivo (1) visa minimizar o custo total, dado pelas parcelas de custo fixo e custo variável com a distância total percorrida no período. A restrição (2) assegura que uma combinação permitida de dias de visita seja escolhida para cada ponto  $i$ , enquanto que a restrição (3) assegura que, para cada ponto  $i$  as visitas só ocorram nos dias  $t$  que lhe foi designado, baseada na combinação escolhida. Já a restrição (4) garante que um veículo só vai de um ponto  $i$  para um ponto  $j$  em um dia  $t$ , se ambos os pontos  $i$  e  $j$  estiverem alocados para o dia  $t$ . A restrição (5) assegura a continuidade de fluxo, ou seja, todo veículo que chega em um nó  $i$  em um dia  $t$  sai desse nó. A restrição (6) garante que cada ponto  $i$  seja visitado somente nos dias de visita selecionados, e que todos os veículos retornam ao depósito central. A impossibilidade de ocorrência de *subtours* é assegurada pela restrição (7). A restrição (8) impõe que cada veículo  $w$  seja utilizado apenas uma única vez por dia, enquanto que a capacidade de cada veículo em cada dia  $t$  é assegurada pela restrição (9). A restrição (10) determina a máxima frota utilizada no período. Por fim, as restrições (11) e (12) estão relacionadas à integralidade das variáveis de decisão.

Trata-se de um problema programação linear inteira-mista extremamente complexo. À título de ilustração, para um problema de pequenas dimensões, envolvendo, por exemplo,  $N= 50$  pontos, um horizonte  $T$  de apenas 5 dias e uma frota de 10 veículos, o número de variáveis binárias  $u_{ijtw}$  totaliza 125 mil ( $50 \times 50 \times 5 \times 10$ ), impossível de ser resolvido utilizando pacotes de otimização disponíveis comercialmente. Isso para não mencionar a restrição (7) de eliminação de *subtours*, cujo número de expressões cresce exponencialmente com o tamanho do problema.

Assim, torna-se necessário o desenvolvimento de uma estratégia de solução heurística, a fim de permitir a resolução de instâncias de problema encontradas na prática.

#### 4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO

Algumas estratégias de solução encontradas na literatura baseiam-se na decomposição do problema em duas etapas, sendo inicialmente definidas as atribuições dos dias de visita para todos os pontos. Uma vez escolhidas as opções de combinações de visitas para cada ponto (baseada, por exemplo, em um critério expedido de compacidade dos pontos agrupados), é realizada a determinação dos roteiros ótimos para cada um dos dias do período de planejamento  $T$ , respeitando a capacidade dos veículos.

Conforme relatado na literatura, essa estratégia é muito dependente da ordem de pontos em que são determinados os dias de visita. Uma vez obtido um primeiro resultado com os dias de visita escolhidos e os roteiros montados, é necessário melhorar a solução atual, tentando diminuir o custo global. Alguns autores sugerem um mecanismo de troca para a melhoria da solução, semelhante aos mecanismos do tipo  $k-opt$ , devidamente adaptados para um horizonte de planejamento. Nesse caso, as trocas envolvem não só pontos entre roteiros de um dia, como num problema de roteirização tradicional, mas também, e principalmente, trocas de dias de visita para os diferentes pontos. Assim, a estrutura de vizinhança pode se tornar bastante complexa para permitir, no caso do problema de roteirização periódica, a proposição de uma estratégia de solução baseada em Busca Tabu, a qual vem sendo aplicada com sucesso em inúmeros problemas de roteirização de veículos. Mais especificamente, o número de possíveis movimentos a serem explorados é muito elevado, pois envolve mudanças de pontos nos roteiros e de dias de atendimento. Além da dificuldade de implementação computacional de uma estratégia de solução baseada em Busca Tabu para o problema de roteirização periódica, estima-se que o algoritmo poderá resultar pouco eficiente, uma vez que o tempo de processamento em cada iteração será bastante elevado, tendo em vista a complexidade da vizinhança a ser explorada. Como a Busca Tabu requer um número de iterações bastante elevado, estima-se que o tempo total de processamento seja excessivo, a fim de que se possa efetivamente melhorar a solução.

Assim, decidiu-se partir para uma estratégia de solução inédita e mais eficiente, não só em termos de tempo de processamento e convergência, como também em termos de facilidade de implementação, e que procurasse resolver o problema como um todo, integrando as decisões quanto aos melhores dias de coleta e os roteiros, evitando assim as deficiências observadas nas heurísticas baseadas na decomposição do problema em duas fases estanques e independentes, resolvidas de maneira sequencial.

A estratégia de solução baseia-se em Algoritmos Genéticos e foi inspirada no trabalho de Galvão e Cunha (2003). Nesse trabalho, os autores trataram do problema de coleta de resíduos de madeira para a geração de energia no contexto de uma usina de processamento de açúcar. Analogamente, o problema também envolvia determinar os dias de coleta para os fornecedores e também definir a programação diária de coleta de cada um dos veículos em cada um dos dias do período, de forma a minimizar a frota total necessária para a realização do serviço, atendendo restrições de duração máxima da jornada dos veículos. Ao contrário deste, no problema tratado pelos autores, os veículos faziam viagens redondas entre a base e cada um dos pontos de atendimento, ao invés de roteiros de atendimento passando por vários pontos.

Assim, a estratégia proposta baseada em Algoritmos Genéticos objetiva determinar os melhores dias de atendimento para cada ponto, considerando simultaneamente os custos dos

roteiros resultantes. Conforme visto anteriormente, a designação dos dias de visita para cada ponto é uma decisão complexa pela dificuldade de mensuração da qualidade das designações feitas na hora em que elas são feitas, pois os custos estão baseados no tamanho da frota necessária para realizar os roteiros e a distância percorrida por toda a frota no período.

O conceito de Algoritmo Genético foi proposto pela primeira vez por Holland (1975). Algoritmos Genéticos são classificados como heurísticas populacionais, em que se trabalha simultaneamente com inúmeras soluções, a população de soluções, que são combinadas de alguma maneira para gerar novas soluções. Boas referências sobre o assunto podem ser encontradas em Goldberg (1989), Reeves (1993), Beasley (1999), entre outros.

Em linhas gerais, as principais etapas do algoritmo genético consistem na sequência de passos apresentada a seguir:

- 1) gerar uma população inicial e
- 2) avaliar a aptidão dos indivíduos da população,
- 3) enquanto um critério de parada não tenha sido atingido,
- 4)     selecionar os pares de indivíduos da população (pais) para;
- 5)     proceder ao cruzamento para gerar novos indivíduos, filhos;
- 6)     aplicar o operador genético de mutação no(s) gene(s) dos filhos;
- 7)     avaliar a aptidão dos filhos;
- 8)     substituir alguns ou toda a população atual (pais) pelos indivíduos da nova geração, ou seja, pelos filhos.

De maneira similar ao proposto por Galvão e Cunha (2003), o Algoritmo Genético proposto auxiliará na determinação dos melhores dias de visita para cada ponto, considerando simultaneamente os efeitos dessa decisão no conjunto de problemas de roteirização para os dias do período de planejamento. Assim, um indivíduo dessa população representará uma escolha de dias de visita para cada um dos pontos e uma estimativa da frota necessária e da distância total percorrida no período com base nos roteiros em cada dia, respeitando a capacidade dos veículos.

Mais especificamente, no caso estudado, a primeira população (pais) é escolhida através de uma função aleatória, e a codificação é baseada nas combinações de dias de visita permitidas. São consideradas para o período de  $T$  igual a 6 dias, frequências de visita para cada ponto de uma, duas ou três. Sendo que dentro de cada uma dessas possibilidades, existem subconjuntos de  $k$  combinações permitidas de dias, conforme mostrado na Tabela 1. Por exemplo, dado um ponto com frequência de visita 3 (ou seja, 3 vezes no período), as possibilidades de dias de visita permitidas são nos dias 1, 3 e 5 ou 2, 4 e 6.

Ao término do estudo da população inicial, é feito o cruzamento (*crossover*), para gerar uma nova população a partir da inicial. O cruzamento faz uso dos genes de pais selecionados para produzir a prole que formará a próxima geração. Para tanto, é necessário escolher um ponto de *crossover*, sendo que uma parte dos genes de um dos pais é trocado pela do outro pai, gerando assim uma nova população, sempre com o número de genes constante.

Um aspecto crucial para o desempenho e o sucesso de uma estratégia baseada em Algoritmo Genético é a função que avalia a aptidão (*fitness*) de cada indivíduo, ou seja uma medida da qualidade da solução. Essa função tem que ser rápida, em virtude do elevado número de

avaliações necessárias para todos os indivíduos da população em cada geração e, ao mesmo tempo, eficiente, em termos de representar adequadamente a solução do problema.

**Tabela 1:** Exemplos de combinações de dias de visita para diferentes frequências de visita

Frequência	Dias	Frequência	Dias
1	1	2	1 - 3
	2		2 - 4
	3		3 - 5
	4		4 - 6
	5	3	1 - 3 - 5
	6		2 - 4 - 6

Assim, escolhidos os dias de visita para cada ponto, que estaria baseada na codificação do gene do indivíduo, para cada um deles é calculado o melhor roteiro. Esta fase é implementada através da heurística do método do vizinho mais próximo. O algoritmo começa a partir de um depósito, sendo que o primeiro ponto do roteiro é o ponto mais próximo deste depósito, e o próximo ponto é aquele que tem a menor distância ao ponto anterior. O roteiro é montado até que todos os pontos sejam atendidos, ou que a capacidade veicular seja alcançada. Caso isto aconteça, o veículo volta para o depósito e é utilizado um outro veículo da frota para atender os pontos restantes, repetindo o método.

Optou-se por adotar o método do vizinho mais próximo para a determinação dos roteiros em cada dia do período de planejamento tendo em vista a complexidade do problema de roteirização. Trata-se de uma heurística bastante conhecida, que tem como principal virtude a rapidez e a simplicidade, além de gerar conjuntos de roteiros compactos, que tendem a minimizar a frota total alocada. Maiores detalhes sobre essa heurística podem ser encontrados, por exemplo, em Bodin *et al.* (1983).

O custo global está ligado à montagem dos roteiros, e está baseado em custo fixo – frota utilizada – e custo variável – distância percorrida no período. O melhor custo gerado (menor) está relacionado ao melhor indivíduo de todas as populações estudadas. No entanto, os resultados de um Algoritmo Genético dependem muito da população inicial, pois a partir do modo como ela é escolhida (ou produzida), os resultados podem ser obtidos mais fácil e rapidamente, sendo o caso contrário também verdadeiro.

No caso deste artigo, a implementação pode ser resumida como mostrada no pseudocódigo apresentado na Figura 1.

Por outro lado, a fim de aprimorar os resultados obtidos com a heurística proposta baseada em Algoritmos Genéticos, em particular evitar os eventuais problemas decorrentes da utilização de uma heurística simples para a obtenção dos roteiros para cada um dos dias do horizonte de planejamento, optou-se por armazenar não só a melhor solução encontrada pelo Algoritmo Genético, mas um conjunto reduzido de soluções de elite. A idéia é tentar aprimorar os roteiros obtidos para cada uma dessas soluções através de uma heurística mais eficiente, porém sem alterar a designação dos dias de visita, e escolhendo aquela que resultar na melhor solução.

Passo 1: Ler dados externos.  
 Passo 2: Gerar população inicial aleatoriamente.  
 Passo 3: Enquanto (iteração < número máximo de iterações) faça.  
 Passo 4: Enquanto houver indivíduos da população, faça.  
 Passo 5: Para cada dia do período, faça até terminar o período.  
 Passo 6: Montar roteiros para os pontos designados no dia com o método do vizinho mais próximo.  
 Passo 7: Final dos dias do período.  
 Passo 8: Comparar e atualizar os melhores indivíduos.  
 Passo 9: Término do enquanto (indivíduos), fazer o *crossover* dois a dois entre eles. Ponto de *crossover* escolhido aleatoriamente.  
 Passo 10: Repetir os passos de 4 a 8.  
 Passo 11: Fim do enquanto (iterações).  
 Passo 12: Escolher o melhor indivíduo de todos, atualizar o menor custo global alcançado.  
 Passo 13: Fim do algoritmo. Reportar o menor custo global das populações, frota máxima utilizada, distância percorrida no período e os roteiros de cada dia do período.

**Figura 1:** Esquema geral da heurística implementada

## 5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

O algoritmo desenvolvido neste artigo foi implementado em linguagem C/C++. Para avaliar o desempenho computacional e a qualidade das soluções obtidas pela heurística desenvolvida, foram realizados alguns testes, utilizando a base de dados de Christofides e Beasley (1984), em um computador equipado com 1Gb de memória RAM e microprocessador Intel Pentium IV operando com 2.8GHz.

Foram considerados os problemas de 75 e 100 pontos. Foram subdivididos em dois casos cada, sendo um contando que cada ponto só precise de uma visita por período e o outro relacionando a frequência com a demanda, em que os pontos que requerem maior demanda, são visitados mais constantemente que os de menor demanda.

**Tabela 2:** Detalhes dos testes realizados para avaliação da heurística

Nº Problema	Nº de pontos	Detalhes de combinação
75a	75	uma visita por período
75b	75	Demanda $\leq 15$ - uma visita por período
		$16 \leq \text{demanda} \leq 27$ - duas visitas por período
		Demanda $\geq 28$ - três visitas por período
100a	100	Um por período
100b	100	Demanda $\leq 10$ - uma visita por período
		$11 \leq \text{demanda} \leq 25$ - duas visitas por período
		Demanda $\geq 26$ - três visitas por período

Foram realizadas 5 rodadas para cada problema teste. Cada um desses casos foi testado para 4 tipos diferentes de combinação de parâmetros. Os parâmetros escolhidos para serem modificados foram o tamanho da população de indivíduos e o número máximo de iterações por rodada. O tamanho da população variou entre 50 e 100 indivíduos, e o número de iterações entre 1.000 e 5.000. Os resultados dos testes estão resumidos na Tabela 3.

**Tabela 3:** Resultados dos testes realizados

Número do Problema	População	Número de Iterações	Tempo Médio (seg)	Mínimo	Médio	Desvio
75a	50	1.000	10	735,60	743,93	1%
	50	5.000	36	633,75	727,79	15%
	100	1.000	14	647,89	743,95	15%
	100	5.000	71	617,72	628,48	2%
75b	50	1.000	18	1216,84	1245,26	2%
	50	5.000	93	1104,16	1222,87	11%
	100	1.000	35	1213,32	1232,75	2%
	100	5.000	185	1110,56	1223,75	10%
100a	50	1.000	11	768,41	854,25	11%
	50	5.000	57	836,29	843,52	1%
	100	1.000	23	843,68	848,70	1%
	100	5.000	120	820,63	833,16	2%
100b	50	1.000	28	1362,34	1452,63	7%
	50	5.000	143	1332,68	1344,64	1%
	100	1.000	56	1354,46	1443,67	7%
	100	5.000	331	1327,92	1341,98	1%

Os resultados indicam, como já era de se esperar, que quanto maior o número de iterações melhor é a qualidade da solução obtida. O mesmo ocorre, de maneira similar, para o tamanho da população. Na maioria dos casos, os desvios em relação ao mínimo, são muito pequenos. Os tempos de processamento também são bastante reduzidos, considerando-se que para cada indivíduo da população devem ser resolvidos 6 problemas de roteirização, um para cada dia do horizonte de planejamento.

Não há a possibilidade de comparar os resultados obtidos com resultados de outros autores por não haver um *benchmark* bem definido e conhecido para essa classe de problema. Porém, através dos testes realizados da heurística, podemos verificar se os resultados convergem para algum resultado que nos forneça menores custos do sistema, mostrando que a abordagem pode ser considerada válida.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve por finalidade desenvolver uma heurística inédita para o problema de roteirização periódica. Neste tipo de problema, os pontos a serem atendidos requerem diferentes frequências de visita dentro de um certo período de planejamento. A abordagem escolhida foi a de uma heurística baseada em Algoritmos Genéticos.

A revisão bibliográfica permitiu a verificação de algumas abordagens para a resolução do problema dentro a literatura e mostrou que o estudo deste problema não é recente, e tem muita aplicação prática, como na limpeza de ruas e coleta de lixo. Atualmente, a maior demanda por este tipo de “serviço” é pelas indústrias automobilísticas que precisam coletar peças e componentes para montar o veículo. Este sistema se baseia no conceito *milk-run* explicado anteriormente.

A fim de aprimorar ainda mais os resultados e reduzir os desvios, uma opção estaria relacionada a novas abordagens para escolha de designação de dias de visitas nos pontos. Outra opção seria melhorar a geração e manipulação da população de indivíduos, tentando

fazer com que os resultados venham a convergir de uma maneira mais rápida e eficaz, obtendo resultados mais próximos (mínimo e médio) o que aumenta confiabilidade.

Uma heurística de melhoria do tipo *interchanges* de Christofides e Beasley (1984) pode ser aplicada no futuro para verificar se há outros meios de diminuir os custos e otimizar as designação dos dias.

Outra possível extensão a ser avaliada seria quanto à heurística de montagem dos roteiros. A escolha pelo método do vizinho mais próximo foi baseada na rapidez com que os roteiros são facilmente montados; no entanto, há heurísticas que fazem roteiros mais otimizados, porém são mais lentas. A partir disso, pode-se considerar uma extensão da pesquisa avaliando os *trade-offs* entre a velocidade de processamento computacional e a qualidade dos resultados.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baptista, S.; Oliveira, R.C. e Zúquete, E. (2002). *A period vehicle routing case study*. European Journal of Operational Research, v. 139, p. 220-229.
- Beasley, J.E. (1999) *Population Heuristics*. The Management School, Imperial College, Londres.
- Beltrami, E.J. e Bodin, L.D. (1974). *Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection*. Networks, vol. 4, p. 65-94.
- Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A. e Ball, M. (1983). *Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – The State of the Art*. Computers and Operations Research, v. 10, pp. 63-211.
- Christofides, N. e Beasley, J.E. (1984). *The period routing problem*. Networks, vol. 14, pp. 237-256.
- Clarke, G. e Wright, J.W. (1964), *Scheduling of Vehicles From a Central Depot to a Number of Delivery Points*. Operational Research, v. 12, p. 568-581.
- Cunha, C.B. (1997). *Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. 222p. (Tese de Doutorado).
- Cunha, C.B. (2000). *Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais*. Transportes, v. 8, n. 2, pp. 51-74.
- Galvão, F.A. e Cunha, C.B. (2003). *Modelagem Matemática do Problema de Coleta de Resíduos de Biomassa de Madeira para Fins Energéticos*. Transportes. nº 1, XI, pp. 5-11.
- Goldberg, D.E. (1989) *Genetic algorithm in search, optimization and machine learning*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Holland, J.H. (1975) *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*. University of Michigan Press.
- Laporte, G.; Geandreau, M.; Potvin, J.Y. e Semet, F. (2000). *Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem*. International Transactions in Operational Research, v. 7, n. 4/5, pp. 285-300.
- Reeves, C.R. (1993) *Modern heuristics techniques for combinatorial problems*. Oxford: Blackwell Scientific Publications.
- Russel, R. e Igo, W. (1979). *An assignment routing problem*. Networks, vol. 9, pp. 1-17.

#### Endereço dos Autores:

Luciele Wu

Departamento de Engenharia de Transportes  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Email: luciele.wu@gmail.com

Cláudio Barbieri da Cunha

Departamento de Engenharia de Transportes  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Email: cbcunha@usp.br