MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE ENTREGAS DE DERIVADOS DE PETRÓLEO

Cláudio Barbieri da Cunha
Gabriel Feriancic
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Logísticos
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO
Este artigo trata do problema de distribuição de combustíveis. Mais especificamente, propõe-se um modelo de roteirização e programação de entregas em postos de combustível, a partir de uma base de distribuição, visando otimizar os custos de distribuição e a utilização da frota. O trabalho compreende a proposição de um modelo matemático inédito para o problema. Dada a impossibilidade de resolver instâncias maiores, de tamanhos similares a problemas reais encontradas na prática, o que denota a natureza combinatória desse problema, é também proposta uma estratégia de solução heurística inspirada no GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) para sua resolução. São também apresentados os resultados de experimentos computacionais.

ABSTRACT
This paper deals with the problem of fuel distribution; particularly the routing and scheduling of delivery vehicles from a central depot, aiming to minimize the costs of distribution and vehicle utilization. A novel mathematical model is proposed. Given the impossibility of solving larger instances, similar to real problems found in practice, which denotes the combinatorial nature of the problem, a new heuristic solution algorithm is proposed. This algorithm is based on GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure). The results of computational experiments are also reported.

1. INTRODUÇÃO

O Problema de Roteirização de Veículos (PRV) consiste em determinar rotas para uma frota de veículos com restrições de capacidade, seguindo percursos fechados a partir de um depósito central e entregando quantidades definidas de carga em pontos específicos (Bodin et al., 1983). O critério de otimização mais freqüentemente utilizado é a minimização da distância total percorrida.

A formulação original do problema foi proposta por Dantzig e Ramser (1959) e, desde então, problemas de roteirização vêm sendo extensivamente estudados, englobando diversas formulações e inúmeros diferentes algoritmos de solução.

Segundo Cunha (2000), problemas que envolvem a roteirização e programação de veículos em geral são problemas combinatórios, do tipo NP-difícil, o que torna impossível a obtenção de soluções ótimas através de pacotes de otimização para instâncias encontradas no mundo real, trazendo o desafio da busca de novas heurísticas mais eficientes que possibilitem a sua aplicação a problemas práticos do dia-a-dia das empresas.

Uma dessas formulações, específica para o problema de distribuição de combustíveis, foi proposta por Bechara e Galvão (1984), que destacaram ser a compartimentalização dos veículos um fator extremamente complicador. O caminhão-tanque é normalmente dividido em vários compartimentos e, para melhor aproveitamento de cada veículo, cada cliente deve apenas receber um volume do produto correspondente a um ou mais compartimentos integralmente preenchidos. Em outras palavras, tome-se, por exemplo, uma entrega de 5.000 litros para um cliente. Essa entrega somente pode ser alocada a um compartimento de exatamente 5.000 litros, mas não a um compartimento maior preenchido parcialmente (por exemplo, 10.000 litros). Adicionalmente, caminhões do mesmo tamanho e capacidade total podem possuir diferentes configurações internas em termos de número e tamanho dos compartimentos, inclusive de diferentes tamanhos (por exemplo, um caminhão de 30.000 litros pode ter 6 compartimentos de 5.000 litros ou 4 compartimentos, sendo 2 de 10.000 litros e 2 de 5.000 litros), tornando o problema ainda mais complexo. Analogamente, tampouco é aceitável que o volume de um compartimento seja compartilhado por mais de um cliente.

Por outro lado, trata-se de um problema cujas dimensões que o tornam bastante relevante e complexo. Conforme indicado pela ANP - Agência Nacional de Petróleo (2001), os postos revendedores de combustíveis automotivos (postos de combustível) totalizavam, em 2000, 29.111 estabelecimentos em todo o território nacional, sendo 7.878 localizados apenas no Estado de São Paulo. A maior distribuidora do Brasil possuía, sozinha, 1.546 postos neste estado.

Poucos trabalhos na literatura trataram desse problema de distribuição de combustíveis. Brown e Graves (1981) resolvem o problema para atendimentos de um único cliente por veículo a partir de uma única base através de métodos exato e heurístico. Os autores descrevem a elaboração de um sistema automatizado de alocação da distribuição, inicialmente, através de um modelo de programação inteira que foi implementado e testado. A grande quantidade de dados e o volume de transações do banco de dados, porém, já consumiam a maior parte da capacidade de processamento do sistema, restando pouca capacidade para a execução da otimização em tempo real pelo método proposto. Os autores propuseram ainda a uma heurística que, após diversos ajustes e testes, permitiu o módulo de automação da distribuição produzir excelentes resultados com bom desempenho e eficiência.

Avella, Boccia e Sforza (2004) resolvem um problema semelhante ao proposto neste trabalho, com veículos atendendo a múltiplos clientes. Foi proposto um método exato baseado em uma modelagem do tipo particionamento de conjuntos (*set partitioning*) que utiliza um algoritmo *Branch-and-Price* para a sua resolução. Assim, o modelo matemático proposto não incorpora explicitamente as restrições do problema, uma vez que as mesmas são consideradas na geração de cada uma das colunas (rotas) que compõem a formulação de particionamento de conjuntos. É utilizada uma heurística para acelerar a convergência para uma boa solução através da limitação do número de colunas a serem geradas, dada a característica combinatória do problema.

Entretanto, nenhum dos trabalhos encontrados na literatura contemplou as restrições consideradas neste trabalho, que procuram representar a realidade brasileira da entrega de combustíveis em postos de abastecimento.

2. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema objeto do presente trabalho compreende a distribuição de combustível de uma única origem (base) de uma distribuidora para postos de combustível, utilizando uma frota heterogênea de caminhões-tanque.

Mais especificamente, o problema compreende a alocação dos pedidos aos veículos e a determinação das rotas de entrega, visando minimizar o custo total de distribuição. Deve-se garantir que todas as entregas sejam realizadas, que cada entrega seja alocada a exatamente um veículo, que as restrições de capacidade sejam respeitadas e que todos os veículos sejam adequadamente roteirizados (seqüenciados). Conforme mencionado anteriormente, a alocação das entregas aos veículos deve considerar ainda a configuração de cada veículo, em termos de número e capacidade dos compartimentos. Além disso, são consideradas restrições de capacidade, de tamanho e de tipo de pintura que restringem que um veículo atenda um determinado cliente.

Os roteiros envolvem um número limitado de paradas, correspondente ao máximo de seis para os veículos maiores (carretas), embora na prática um veículo não faça mais que duas a três paradas. Considera-se ainda que a frota é composta por veículos próprios, isto é, da própria distribuidora, e por veículos de terceiros. Em geral, busca-se a maior utilização possível de veículos próprios, uma vez que a ociosidade destes é indesejável para a distribuidora, pois incidem custos. Por outro lado, caso a frota própria não consiga atender toda a demanda é preciso determinar qual a melhor alocação e utilização das frotas própria e terceirizada, de tal modo a minimizar o custo total de distribuição

Este problema corresponde a um caso particular, porém mais complexo e distinto do problema mais geral de roteirização de veículos com frota heterogênea a partir de uma única base, tendo em vista as restrições relacionadas à compartimentação dos veículos.

2.1. Formulação Matemática do Problema

A formulação matemática do problema, inédita na literatura para problemas envolvendo derivados de petróleo, compreende os seguintes parâmetros:

- *Veículos*

.O conjunto de veículos (caminhões-tanque) disponíveis é dado por $V = \{1,2,...,|V|\}$. Para cada veículo $v \in V$ são conhecidos o seu custo fixo cf_v, e o custo cv_v variável com a distância percorrida.

O modelo proposto foi desenvolvido com a finalidade de programação operacional das entregas diárias de combustível. Nesse contexto, os veículos de terceiros apresentam custos fixos maiores em relação aos veículos próprios do mesmo tamanho, de forma a buscar a utilização prioritária da frota própria na modelagem (pode-se cogitar até considerar custos fixos nulos para os veículos da frota própria disponível). Por outro lado, numa aplicação mais tática, onde se deseja definir o tamanho e a configuração da frota própria, podem ser considerados os custos dos veículos que reflitam essa realidade.

Os compartimentos presentes em cada veículo $v \in V$ podem ser de 5.000 ou de 10.000 litros. Uma vez que o volume de cada pedido é sempre múltiplo de 5.000 litros, a identificação da quantidade de compartimentos de 5.000 litros dos veículos é importante na modelagem, de forma que a garantir que uma quantidade de 5.000 litros não seja alocada a um compartimento de 10.000 litros. Por isso, define-se $V5_v$ indicando a quantidade de compartimentos de 5.000 litros de cada veículo $v \in V$. Outro parâmetro importante na modelagem é o volume máximo $Vmax_v$ (em litros) ou capacidade de cada caminhão $v \in V$.

- *Clientes e Base*

O conjunto de clientes é dado por $I = \{1,2,...,|I|\}$. Adiciona-se ao conjunto o ponto 0, correspondendo à base de distribuição de onde partem os veículos.

Esses clientes e suas possíveis ligações definem um grafo $G = (N, A)$ onde N é o conjunto de nós do problema ($I \cup \{0\}$), e A é o conjunto de arcos ou ligações entre esses nós. A cada arco $(i, j) \in A$ define-se uma distância $d_{i\,j}$ entre os pontos $i, j \in A$

Para cada cliente $i \in I$ define-se ainda o tipo de veículo que pode atendê-lo, dado não só pelo tamanho do veículo, mas também pelo padrão de pintura. Existe limitação de determinados veículos atender determinados clientes, indicada através de uma matriz de coeficientes binários, que representa o conjunto dessas restrições, ou seja, a possibilidade ou impedimento do mesmo ser atendido por determinado veículo $v \in V$ da frota dado por:

$$R_{i\,v} = \begin{cases} 1, \text{se o veículo } v \text{ pode atender o ponto } i \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases}$$

- *Pedidos*

Para facilitar a representação dos pedidos no modelo matemático, considera-se que cada pedido corresponda a um único tipo de combustível para um determinado cliente. Assim, a um cliente podem estar associados um ou mais pedidos, cada qual requerendo um ou mais compartimentos distintos (exemplo, um pedido de 10 mil litros de gasolina e um pedido de 5 mil litros de álcool).

O conjunto de pedidos é dado por $P = \{1,2,...,|P|\}$. Para cada pedido $p \in P$ é conhecido o respectivo cliente $i \in I$, dado por $Cliente_p$, e volume a ser entregue Vol_p.

Um aspecto importante da modelagem são os pedidos que obrigatoriamente necessitam de um compartimento de 5.000 litros (ou seja, aqueles de 5.000, 15.000 e 25.000 litros). Para tanto, define-se, para cada pedido $p \in P$, a constante $R5_p$ que assume o valor 1 se o pedido p necessita de um compartimento de 5.000 litros e zero caso contrário.

- *Variáveis de Decisão*

Definem-se as seguintes variáveis binárias de decisão:

  - X_{ij}^{v}, que assume o valor 1 se o ponto $j \in I \cup \{0\}$ é visitado imediatamente após o ponto $i \in I \cup \{0\}$ pelo veículo $v \in V$; zero caso contrário;

  - Y_{pv}, que assume o valor 1 se o pedido $p \in P$ está alocado ao veículo $v \in V$; zero caso contrário.

Para cada arco $(i, j) \in A$ e cada veículo $v \in V$, define-se uma variável de fluxo $Z_{i\,j}^{v} \geq 0$ relacionadas às restrições que evitam a criação de sub-rotas.

- *Modelo Matemático*

A formulação matemática do problema de roteirização de entrega de combustíveis é apresentada a seguir:

$$\min \sum_{v \in V} \sum_{j \in J} \left(cf_v \times X_{0\,j}^{v} + \sum_{i \in I} \left(cv_v \times d_{i\,j} \times X_{i\,j}^{v} \right) \right) \qquad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{v \in V} Y_{p\,v} = 1 \;\; \forall p \in P \qquad (2)$$

$$\sum_{i \in I} X_{i\,j}^{v} \geq Y_{p\,v} \quad \forall p \in P,\; \forall v \in V \qquad (3)$$

$$\sum_{p \in P} \left(R5_p \times Y_{p\,v} \right) \leq V5_v \quad \forall v \in V \qquad (4)$$

$$\sum_{p \in P} \left(Vol_p \times Y_{p\,v} \right) \leq Vmax_v \quad \forall v \in V \qquad (5)$$

$$\sum_{i \in I} X_{i\,j}^{v} \leq R_{j\,v} \quad \forall j \in I - \{0\},\; \forall v \in V \qquad (6)$$

$$\sum_{j \in I - \{0\}} X_{0\,j}^{v} \leq 1 \qquad \forall v \in V \qquad (7)$$

$$\sum_{i \in I} X_{i\,k}^{v} - \sum_{j \in J} X_{k\,j}^{v} = 0 \quad \forall k \in I,\; \forall v \in V \qquad (8)$$

$$\sum_{j \in I} Z_{k\,j}^{v} - \sum_{i \in I} Z_{i\,k}^{v} = -1 \times \sum_{j \in I} X_{k\,j}^{v} \quad \forall k \in I - \{0\},\; \forall v \in V \qquad (9)$$

$$Z_{i\,j}^{v} \leq M \times X_{i\,j}^{v} \quad \forall v \in V,\; \forall i, \forall j \in I,\; M \geq |\,I\,| \qquad (10)$$

$$X_{i,j}^{v},\, Y_{p,v} \in \{0,1\} \qquad (11)$$

A função objetivo (1) corresponde à minimização do custo total, composto pelas parcelas de custo fixo dos veículos e custo variável proporcional à distância total percorrida. A restrição (2) assegura que cada um dos pedidos $p \in P$ deve ser alocado a um e apenas um único veículo e, enquanto a restrição (3) impõe que o cliente $j = Cliente_p$ alocado a um caminhão $v \in V$ precisa ser visitado por este caminhão. Já a restrição (4) impõe que nenhum veículo pode ter pedidos alocados que necessitem de mais compartimentos de 5.000 litros maior que o número desses compartimentos disponíveis em cada veículo $v \in V$. A restrição (5) assegura que a capacidade máxima do veículo v também não pode ser excedida. A restrição (6) impõe que cada um dos veículos $v \in V$ deve respeitar as restrições de tamanho e de padrão de veículo permitido para cada cliente $j \in I$. As restrições (7) e (8) impõem que cada veículo $v \in V$ pode fazer apenas uma rota e, em cada ponto $k \in I$ da malha no qual chega, deve sair, garantindo a continuidade de fluxo das rotas determinadas. As restrições (9) e (10) tem a finalidade de evitar a formação de sub-rotas. As mesmas foram adaptadas do trabalho de Gavish e Graves (1978) *apud* Bodin *et al.* (1983), de forma a contemplar a modelagem de várias rotas. Define-se M como uma constante suficientemente grande (na prática, basta assegurar que $M \geq |\,I\,|$). Por fim, as restrições (11) definem os domínios das variáveis de decisão binárias.

3. DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA

Mesmo considerando que problemas de roteirização de veículos apresentam complexidade exponencial, o que impede a solução de instâncias reais utilizando pacotes comerciais de programação linear inteira, requerendo o uso de métodos heurísticos (Cunha, 2001), buscou-se obter soluções exatas para instâncias de menor porte do problema proposto, uma vez que as mesmas auxiliam na avaliação da qualidade das heurísticas propostas, bem como na validação do modelo matemático proposto neste trabalho.

O primeiro modelo, em planilha eletrônica utilizando o pacote *Solver* do Excel, teve como objetivo auxiliar na elaboração, verificação e validação a formulação matemática proposta. Para esta implementação foi criada uma instância de pequeno porte (10 pedidos, 4 clientes e 4 veículos), permitindo a conferência manual da solução obtida em termos das restrições do modelo e da solução ótima da função objetivo.

O Solver do Excel levou 8 horas para encontrar a solução ótima do problema utilizando um computador Pentium IV / 3.06 GHz. Este tempo é excessivamente elevado para resolver um problema muito simples e de dimensões tão reduzidas. Isso ocorre porque o Solver do Excel não dispõe de nenhum algoritmo mais eficiente para a resolução de problemas de programação inteira. Entretanto, os objetivos de auxiliar na formulação da modelagem matemática e verificar sua consistência foram atingidos. Foi possível conferir manualmente a solução e verificar que todas as restrições estavam devidamente e corretamente modeladas.

Uma segunda modelagem foi implementada utilizando o *Concert Technology* para *ILOG CPLEX* versão 9.0 na linguagem C++, um dos pacotes de otimização mais avançados disponíveis no mercado. O objetivo foi obter soluções exatas para instâncias de porte menor que as encontradas na prática, mas que permitissem validar a heurística proposta através da comparação dos resultados obtidos. Nesta segunda implementação, foram criadas e testadas as soluções de algumas diferentes instâncias, progressivamente maiores.

Entretanto, foi possível perceber que, ao aumentar o número de pedidos e de veículos, o tempo de processamento aumentou dramaticamente, o que comprova ser o problema de complexidade exponencial, conforme pode ser verificado pelos resultados apresentados na Tabela 1. Surpreendentemente, a dificuldade verificada foi muito acima da esperada. Mesmo problemas de porte muito reduzido (apenas 18 entregas) e bastante restritos não puderam ser resolvidos até a otimalidade, sendo o *duality gap* ainda muito elevado, mesmo após mais de uma hora de processamento. Percebeu-se também, que quanto menos restrito fosse o problema (em termos das possíveis combinações de pedidos/veículos), mais demorado era o processamento (mais especificamente, o nível de restrição do problema pode ser medido pela relação entre as variáveis restritas e o total de variáveis que determinam se determinado veículo pode atender determinado cliente ou não).

Tabela 1: Instâncias e Resultados do Processamento no ILOG CPLEX

Veículos	Pedidos	Clientes + Base	Variáveis de Decisão	Restrição	Tempo	Gap
4	10	5	200	0%	6 seg	0%
10	13	8	1.250	28,6%	153 seg	0%
16	18	13	5.280	57,3%	10.978 seg	11%
16	18	13	5.280	20,8%	3.062 seg	n/d*
31	36	27	44.640	62,2	2.718 seg	n/d*

* *Após o tempo de processamento indicado, nenhuma solução viável ainda havia sido encontrada e o processamento foi interrompido.*

A coluna "Tempo" indica o tempo de processamento até o término da otimização ou até ser interrompido. O *Gap* é a diferença entre a melhor solução viável inteira encontrada e a solução relaxada de referência (*lower-bound*). Um *Gap* final de valor 0% indica que a solução ótima exata foi encontrada. Todas as instâncias testadas possuem ao menos uma solução viável, obtida manualmente ou através da heurística proposta no capítulo seguinte.

Note-se que para os dois últimos problemas não foi possível sequer encontrar uma solução viável após um tempo de processamento bastante elevado, o que confirma a necessidade do uso de uma estratégia de solução heurística para ser possível resolver instâncias reais encontradas na prática de problemas de roteirização para entrega de combustíveis.

4. HEURÍSTICA DE SOLUÇÃO PROPOSTA

A estratégia de solução deve ser desenhada especialmente para um problema que apresenta natureza combinatória e, ao mesmo tempo, é muito restrito em decorrência das restrições anteriormente apresentadas na formulação matemática. Conforme discutido anteriormente, não existe na literatura nenhum algoritmo que possa ser diretamente aplicado ao problema descrito.

Inicialmente, foi considerada uma estratégia de solução baseada em alguma meta-heurística consagrada, tal como Algoritmo Genético ou Busca Tabu. O que se percebeu, já de início, é que estratégias de solução baseadas nessas metas-heurísticas não seriam eficientes, uma vez que requereriam um esforço computacional elevado para encontrar soluções viáveis, dado o grande número de restrições existentes.

Em relação aos Algoritmos Genéticos, a própria estrutura do problema dificulta a definição de uma representação cromossômica adequada, além da dificuldade de implementar o operador de cruzamento de forma a permitir obter soluções viáveis em termos das restrições do problema.

Da mesma forma, uma estratégia eficiente baseada em Busca Tabu fica dificultada pelas restrições do problema que tornam a exploração de uma vizinhança uma tarefa complexa. Mais especificamente, os movimentos que permitem a evolução de uma solução corrente para uma solução vizinha ficam dificultados e são pouco eficientes, tendo em vista as restrições do problema que precisam ser verificadas. Em outras palavras, o esforço computacional para explorar a vizinhança de uma solução em busca de uma solução melhor é bastante elevado e que requereria um mecanismo de busca demasiadamente complexo e pouco eficiente.

Assim, optou-se por uma estratégia de solução que se apóia em uma heurística rápida, que permite a determinação de uma boa solução em tempos de processamento bastante reduzidos. A heurística compreende, primeiramente, a classificação dos pedidos e dos caminhões conforme a facilidade de alocação e a utilidade para alocação, respectivamente. Em seguida, busca-se agrupar pedidos próximos, iniciando pelos de mais difícil alocação.

Nessa heurística proposta define-se uma ordem de alocação dos pedidos aos veículos, sendo executadas as alocações segundo essa ordem, sem considerar o efeito posterior de uma alocação nos demais pedidos ainda não atendidos. Assim, o algoritmo não analisa o impacto de cada alocação nas iterações seguintes, por isso ele pode ser classificado como "*greedy algorithm*" (ou "algoritmo guloso"). O encaminhamento da solução adequada fica por conta da classificação prévia que direciona a ordem de alocação dos pedidos.

A fim de superar as limitações dessa heurística rápida, porém míope, a mesma foi incorporada em uma estratégia geral de controle mais complexa, inspirada na estratégia de solução originalmente proposta por Feo e Resende (1989). Essa estratégia considera uma heurística gulosa na qual é introduzida um fator probabilístico, sendo a mesma reiniciada por diversas vezes, em diferentes pontos, até atingir um critério de parada. Mais especificamente, a estratégia de controle proposta neste trabalho baseia-se nos conceitos de GRASP (*Greedy Randomized Adaptative Search Procedure*). Uma boa referência sobre o assunto pode ser encontrada em Feo e Resende (1995), onde são descritas diversas aplicações, incluindo de roteirização de veículos.

Assim, em linhas gerais a estratégia proposta compreende uma heurística rápida de alocação, que é iniciada repetidas vezes, com diferentes condições iniciais através de ciclos de desalocações sorteadas aleatoriamente, permitindo encontrar facilmente soluções viáveis, isto é, que respeitem as restrições do problema..

Em síntese, foram feitas duas modificações em relação ao método GRASP:

- Não utilização de sorteio entre elementos candidatos na fase de construção, realizando-se a iteração de construção da solução através da inserção do elemento de melhor benefício.
- Supressão de uma heurística específica de busca local, utilizando-se o próprio algoritmo de construção para gerar soluções na vizinhança da solução anterior.

A Figura 1 indica o fluxograma geral da estratégia de solução proposta. A mesma pode ser dividida em:

- (a) Leitura dos dados iniciais;
- (b) Definição de solução através de heurística rápida de alocação;
- (c) Cálculo da função objetivo;
- (d) Comparação com a melhor solução;
- (e) Verificação do critério de parada;
- (f) Definição de novas condições iniciais para busca de nova solução.

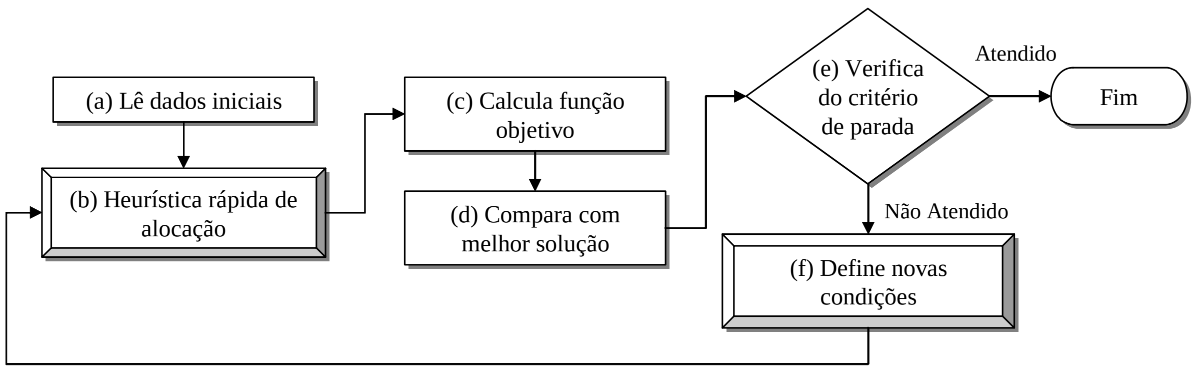

Figura 1: Fluxograma Geral da Estratégia Heurística Proposta

Para a geração de soluções, a heurística rápida de alocação (passo b) procura, da mesma forma que a função objetivo do problema, minimizar as rotas a serem percorridas pelos veículos. Ou seja, a soma das distâncias totais percorridas deve ser a menor possível.

Admite-se, para a heurística ser rápida, que a mesma não deve ficar avaliando diversas combinações possíveis. Ela deve se limitar, a cada iteração, no benefício isolado que a adição de cada um dos elementos promove na solução em construção.

A forma "inteligente" de fazer isso é estabelecer regras claras para que a alocação ocorra. Para que isso fosse possível, buscou-se definir características importantes que deveriam ser consideradas. Entre elas:

- Pedidos agrupados em um mesmo veículo devem estar mais próximos possível;
- Pedidos para um mesmo cliente preferencialmente estão agrupados.
- Melhor alocar antes pedidos os mais difíceis de serem alocados, ou seja, mais restritos;
- Um pedido muito difícil só consegue ser combinado com outros pedidos em caminhões mais úteis, ou seja, de maior serventia, uma medida de quantos pedidos ainda podem ser alocados a um caminhão, conforme explicado mais adiante.

Em outras palavras, a cada passo o algoritmo, apesar de míope, deve escolher pedidos e caminhões de forma a gerar uma boa solução. Para poder realizar isso sem o esforço computacional de comparar diversas combinações, foram utilizados parâmetros que são atualizados a cada iteração. Os pedidos são alocados seqüencialmente segundo uma ordenação que leva em conta a sua "dificuldade". Pedidos mais difíceis, isto é, que podem ser alocados em poucos veículos disponíveis, tem prioridade de alocação.

Além da heurística rápida de alocação, o segundo ponto principal do algoritmo desenvolvido está relacionado aos critérios de geração de novas soluções híbridas a partir de uma solução corrente (passo f). De forma simplificada, o processo adotado pode ser explicado como a desalocação aleatória de alguns pedidos a fim de obter novos resultados através da re-alocação dos mesmos em outros veículos usando a heurística rápida de inserção seqüencial. Uma vez removidos aleatoriamente alguns pedidos dos veículos aos quais estavam alocados, é atualizada a lista de dificuldade dos pedidos não atendidos (desalocados) e também a lista dos veículos segundo sua a utilidade para alocação. Os pedidos são re-inseridos segundo essa ordem.

A estratégia, inspirada em conceitos do GRASP, torna-se interessante neste caso, pois a eficiência da heurística de alocação permite que ela seja repetida por dezenas de milhares de vezes em menos de um minuto em um computador pessoal.

Nesse passo, também é realizada a re-inserção esporádica da melhor solução vigente, que permite que, após alguns ciclos de desalocação e re-alocação, seja possível retornar a um ponto melhor pelo qual já se passou e, a partir dele, explorar outras soluções próximas.

5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Não foi possível aplicar a heurística proposta a uma instância real de problema de distribuição de derivados de petróleo, em decorrência da dificuldade de obter dados reais adequados.

Assim, não foi possível para comparar uma solução obtida pela alocação manual praticada nas distribuidoras com uma resultante da heurística de solução proposta, uma medida do potencial de economia proporcionada pela mesma.

Por outro lado, conforme visto anteriormente, a dificuldade verificada para resolver o problema até a otimalidade através de pacotes comerciais de otimização, mesmo para instâncias de menor porte, impediu a avaliação da qualidade da heurística através da comparação com soluções exatas. Não existe, também, uma base de dados de problemas teste difundida para o problema específico tratado aqui.

Não sendo possível comparar o desempenho da heurística formulada com outro método para o mesmo problema, ou ainda com problemas de referência, foram então geradas instâncias de teste específicas, a semelhança do que foi feito por Solomon (1987) para o problema de roteirização com janelas de tempo, a fim de aferir a aplicabilidade do método e que tornem possíveis futuras comparações com outras estratégias de solução que venham a ser desenvolvidas para problemas de mesma natureza.

Buscou-se, na definição das instâncias geradas, tamanhos compatíveis com a estimativa que se faz a respeito da grandeza de problemas reais. Foi proposta, então, a verificação do desempenho do algoritmo com problemas de ordem de grandeza entre 50 e 100 pedidos, atendendo entre 35 e 75 clientes em um único dia, o que parece razoável para um problema real. A quantidade de veículos disponível foi considerada metade em caminhões próprios e outra igual quantidade em veículos terceirizados.

Assim, foram geradas e testadas três classes de problema, com as seguintes características:

- Classe A: 50 pedidos, 50 caminhões e 35 clientes;
- Classe B: 75 pedidos, 75 caminhões e 53 clientes;
- Classe C: 100 pedidos, 100 caminhões e 75 clientes.

Para cada classe foram geradas três instâncias de, respectivamente, 20%, 40% e 60% de restrição, totalizando nove instâncias para teste. As instâncias de problema dentro de cada classe foram geradas de forma aleatória, respeitando critérios que as tornassem próximas a problemas reais.

O principal aspecto a ser avaliado na heurística proposta é a calibração com relação o parâmetro que influencia na variabilidade e na convergência do método proposto. A diferenciação das soluções produzidas em cada iteração depende do número de veículos desalocados em relação à solução anterior.

Como a heurística é fixa, para um determinado conjunto de pedidos e veículos disponíveis, o resultado é sempre o mesmo. Então o número de veículos desalocado não pode nem ser muito grande, nem ser muito pequeno. Foram testados os valores de ½ e ¼ de veículos da frota utilizada para cada instância considerada.

Como cada uma das três classes foi gerada com três diferentes graus de restrição, temos na verdade, nove diferentes instâncias. Para cada um dos níveis de restrição, no entanto, foram mantidos os mesmos conjuntos de pedidos, clientes e caminhões. Cada uma dessas nove instâncias foi solucionada utilizando dois diferentes valores para o parâmetro de desalocação: ½ e ¼.

Como o resultado de cada rodada é influenciado por fatores aleatórios, inerentes à estratégia de solução proposta, a heurística elaborada foi rodada cinco vezes para cada valor de parâmetro de taxa de desalocação (½ e ¼), totalizando dez rodadas para cada uma das nove instâncias, cujos resultados são resumidos na Tabela 2.

Tabela 2: Resumo dos Resultados dos Testes Realizados

Instância	Resultado Inicial	Melhor Solução	Taxa	Melhor Resultado	Resultado Médio	Desvio Padrão %	Melhoria Média%	Tempo (s)
A - 20%	7.998,23	**6.343,40**	½	6.432,78 (+1,4%)	6.580,06 (+3,7%)	1,5%	17,70%	57
			¼	6.343,40 (+0,0%)	6.385,28 (+0,7%)	0,7%	20,20%	36
A - 40%	8.035,50	**6.465,03**	½	6.644,85 (+2,8%)	6.717,00 (+3,9%)	1,2%	16,40%	56
			¼	6.465,03 (+0,0%)	6.508,27 (+0,7%)	0,8%	19,00%	37
A - 60%	8.230,63	**6.404,56**	½	6.428,44 (+0,4%)	6.706,18 (+4,7%)	2,6%	18,50%	57
			¼	6.404,56 (+0,0%)	6.578,70 (+2,7%)	1,5%	20,10%	37
B - 20%	10.281,30	**9.143,79**	½	9.314,87 (+1,9%)	9.407,89 (+2,9%)	0,6%	8,50%	152
			¼	9.143,79 (+0,0%)	9.254,56 (+1,2%)	1,0%	10,00%	100
B - 40%	10.431,20	**9.236,31**	½	9.305,73 (+0,8%)	9.368,26 (+1,4%)	0,5%	10,20%	153
			¼	9.236,31 (+0,0%)	9.286,97 (+0,5%)	0,7%	11,00%	99
B - 60%	10.433,30	**9.329,89**	½	9.329,89 (+0,0%)	9.579,55 (+2,7%)	1,7%	8,20%	155
			¼	9.366,85 (+0,4%)	9.489,21 (+1,7%)	0,9%	9,00%	101
C - 20%	14.374,40	**12.794,70**	½	12.838,90 (+0,3%)	13.030,64 (+1,8%)	0,8%	9,30%	340
			¼	12.794,70 (+0,0%)	12.972,18 (+1,4%)	0,8%	9,80%	214
C - 40%	14.425,10	**12.456,30**	½	12.797,80 (+2,7%)	13.035,80 (+4,7%)	1,6%	9,60%	341
			¼	12.456,30 (+0,0%)	12.928,30 (+3,8%)	2,3%	10,40%	214
C - 60%	14.435,90	**12.668,80**	½	13.125,00 (+3,6%)	13.180,08 (+4,0%)	0,5%	8,70%	341
			¼	12.668,80 (+0,0%)	12.998,18 (+2,6%)	1,7%	10,00%	214

Os experimentos computacionais dos testes gerados permitiram perceber a adequação da solução heurística proposta ao problema de distribuição de derivados de petróleo, além de realizar algumas análises e conclusões:

- A partir da solução inicial, os ciclos de desalocação e re-alocação geraram melhorias entre 9% e 20%;
- Taxa de desalocação de ¼ geralmente atinge melhores resultados que a taxa de desalocação de ½;
- Taxa de desalocação de ¼ é mais eficiente em termos de tempo de processamento;
- Os tempos de processamentos são bastante reduzidos, mesmo para instâncias grandes (100 pedidos);
- Tendência de comportamento não exponencial do tempo de processamento em relação ao tamanho do problema;
- Não houve diferença de desempenho significativo para alteração entre os níveis de restrições 20%, 40% e 60%.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Propôs-se, neste trabalho, uma estratégia de solução heurística para a solução do problema de roteirização de entregas de combustíveis. A heurística permitiu produzir soluções viáveis e de boa qualidade. Se a precisão do método em relação à solução ótima não pode ser verificada, foi comprovada a aplicabilidade prática do método desenvolvido no suporte à alocação feita hoje manualmente em diversos locais.

A fim de aprimorar a avaliação das soluções aqui obtidas, permanece o desafio por buscar referências. A primeira sugestão é realizar testes com dados reais e compará-los aos resultados obtidos manualmente pelas distribuidoras.

Outra sugestão que pode ser feita é a introdução de um novo mecanismo de melhoria de resultados, que efetue ao final de cada iteração uma busca por trocas do tipo *2-opt* ou *3-opt*, possivelmente inserido num esquema de controle utilizando busca tabu. Entretanto, conforme discutido ao longo do trabalho, estima-se que poucas trocas sejam possíveis, visto que existem muitas restrições além da variação de volume dos pedidos.

Agradecimentos

Os autores agradecem as críticas e sugestões recebidas de um dos avaliadores, que permitiram aprimorar o texto e eliminar diversas inconsistências. O segundo autor agradece ainda ao CNPq pela concessão da Bolsa de Produtividade em Pesquisa (PQ), que contribuiu para o desenvolvimento da presente pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avella, P., Boccia, M. E Sforza, A. (2004). Solving a Fuel Delivery Problem by Heuristic and Exact Approaches. *European Journal of Operational Research*, vol. 152, pp. 170-179.

Agência Nacional de Petróleo – ANP (2001); *Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo e do Gás Natural - 2001*.

Bechara, J. J. B. E Galvão, R. D. (1984). O Uso de Sistemas Computacionais Interativos na Solução de Problemas de Roteamento de Veículos. *Anais do XVII Simpósio da SOBRAPO*, pp. 279-293, Rio de Janeiro.

Bodin, L.; Golden, B.; Assad, A.; Ball, M. (1983). Routing and Scheduling of Vehicles and Crews – The State of the Art. *Computers and Operations Research*, v.10, pp.63-211.

Brown, G. G.; Graves, G. (1981). Real-time dispatch of petroleum tank trucks, *Management Science*, v. 27, pp.19-32.

Cunha, C. B. (2000). Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, v.8 , n.2, pp.51-74.

Dantzig, G. B. E Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, vol. 6, pp. 80-91.

Feo, T.A. E Resende, M.G. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem, *Operations Research Letters* 8, pp. 67–71.

Feo, T.A.; Resende, M.G.C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures, *J. of Global Optimization*, v.6, pp. 109-133.

Gavish, B.; Graves, S. (1978). *The Traveling Salesman Problem and Related Problems*. Graduate School of Management, University of Rochester.

Endereço dos Autores:

Gabriel Feriancic
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Logísticos
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Email: gabriel@ettl.com.br

Cláudio Barbieri da Cunha
Departamento de Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Email: cbcunha@usp.br
www.ptr.usp.br/docentes/cbcunha