

OTIMIZAÇÃO INTEGRADA DA TABELA DE HORÁRIOS COM A PROGRAMAÇÃO DOS VEÍCULOS NO SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO

Gustavo Peixoto Silva

Marcone Jamilson F. Souza

Helton Cristiano Gomes

Universidade Federal de Ouro Preto
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas

RESUMO

As etapas que compõem o planejamento e operação do sistema de transporte público são a definição das rotas, das tabelas de horários, das programações dos veículos e da programação das tripulações. Este trabalho apresenta uma abordagem para resolver o problema de programação dos veículos integrado à definição das tabelas de horários. Assim, foi desenvolvida uma heurística híbrida *Simulated Annealing*/Fluxo em Redes para o problema integrado. A idéia é permitir que cada viagem do quadro de horários sofra uma pequena variação no seu horário de partida. A nova tabela contendo tal variação é então submetida a um modelo de fluxo em redes, o qual retorna a solução ótima para a operação da frota. Nesse sentido, uma tabela de horários será melhor do que outra se o seu custo operacional for menor do que a outra. Tal procedimento verifica se é possível gerar tabelas de horários semelhantes às tabelas originais, mas com um custo operacional inferior.

ABSTRACT

Due to its complexity, the urban bus transport planning problem is usually decomposed into several subproblems: route definition, trip timetabling, vehicle scheduling and crew scheduling. This work presents an approach to solve the integrated problem involving the trip timetabling and the vehicle scheduling problems. In order to tackle the integrated problem, was developed a hybrid heuristic combining Simulated Annealing with Network Flow algorithms. The adopted strategy is that each trip in the timetable can have a small variation on its departure time. The new timetable is then optimized, in order to obtain the optimal vehicle scheduling. In this sense, a timetable will be considered better than other one if its vehicle scheduling cost is smaller than the second one cost's. So, it aims to verify if it is possible to generate timetable similar to the original one, but with saves in the operational cost.

1. INTRODUÇÃO

O planejamento das operações dos veículos que atuam no sistema de transporte público é um trabalho complexo, onde as principais fases deste processo são: a definição das rotas, a definição das tabelas de horários, a definição das programações dos veículos e a definição dos turnos de trabalhos das tripulações. O problema de definição das tabelas de horários de um sistema de Transporte Público é denominado na literatura como *Timetabling*. Ele consiste em definir uma tabela de horários que atenda à demanda dos passageiros ao longo do dia com um dado nível de qualidade nos serviços e que seja economicamente viável para as empresas que atuam no sistema. Esta é uma situação que envolve objetivos conflitantes tendo de um lado os passageiros exigindo maior conforto, em oposição aos empresários do setor que visam ampliar suas margens de lucro. As agências gerenciadoras se colocam neste contexto para garantir que o sistema continue funcionando com um máximo de equilíbrio desejável. Diversos trabalhos são apresentados na tentativa de equacionar tal problema da melhor forma possível.

Bokinge e Hasselström (1980) abordam o problema de programação de veículos com uma única garagem, admitindo flexibilidade nos tempos de chegada e partida das viagens. Os autores formulam o problema como um problema de fluxo com custo mínimo e o resolve em duas etapas, utilizando sempre o algoritmo simplex para redes. Na primeira etapa, é considerado apenas o *kernel* da cada viagem, determinando assim qual é o horário de maior

demanda de veículos e conseqüentemente, determinando o limitante inferior para o número de veículos. O *kernel* de uma viagem i é a viagem k_i que inicia no último horário possível de partida da viagem i e termina no horário mais cedo possível dentre os horários de chegada da viagem i . A solução deste problema fornece um limitante inferior para o número de veículos e uma solução inicial para o problema. A segunda fase do método tenta melhorar os blocos de viagens de cada veículo, mudando os tempos de partida das viagens flexíveis de tal maneira que o tempo de viagens mortas e o tempo de espera entre viagens sucessivas sejam reduzidos. A solução obtida após este processo é comparada com a solução anterior e o método é interrompido quando duas soluções consecutivas apresentarem as mesmas características. O método apresentado tem como objetivos minimizar o número de veículos, minimizar o tempo que os veículos ficam fora da garagem e realizar o menor número possível de alterações na programação corrente. Como resultado, o método fornece a frota mínima assim como a tabela com os horários definitivos das viagens.

Furth e Wilson (1981) propuseram um modelo de programação matemática para determinar a frequência dos veículos e com isso gerar o quadro de horários. Este modelo tem como objetivo maximizar os benefícios sociais, ou seja, maximizar as facilidades de deslocamento e minimizar os tempos de espera do usuário, considerando as limitações dos recursos financeiros, do tamanho da frota, do nível de carregamento por veículo e do intervalo de tempo máximo entre duas viagens consecutivas. Neste trabalho, o problema é formulado como um problema de programação não linear e resolvido com a técnica de sucessivas aproximações lineares.

De acordo com Ceder e Wilson (1986), um das maiores problemas dos programadores de trânsito é criar quadros de horário para as rotas de ônibus de uma determinada rede. Para os autores, há três níveis de decisão que devem ser priorizados na construção destes quadros: a) selecionar o tipo de partidas: se igualmente espaçadas ou não; b) selecionar o método para determinar a frequência: se por carga máxima ou por carga desejada e c) selecionar uma ou mais funções objetivo como, por exemplo, minimizar os custos da operação enquanto atende determinados níveis de serviço ou, minimizar os custos da operação e do usuário atribuindo pesos a cada um dos objetivos.

Ceder *et al.* (2000), apresentada uma metodologia para maximizar a sincronização dos quadros de horário, sendo que o máximo de sincronização é obtida quando se maximiza o número de chegadas simultâneas dos ônibus nos nós de transferência de uma rede. Isto possibilita a transferência de passageiros de uma rota para outra com tempo mínimo de espera no nó de transferência. A idéia é maximizar o número de vezes que um passageiro desce de um ônibus no nó de transferência e pega imediatamente um outro ônibus que também acabou de chegar. A sincronização é uma tarefa muito difícil e normalmente é realizada de acordo com a experiência e a intuição dos programadores. Ceder *et al.* (2000) apresenta um procedimento matemático efetivo para que a sincronização máxima possa ser empregada como ferramenta de grande uso para o programador no processo de criação de quadro de horários. A função objetivo trata de maximizar o número de chegadas simultâneas de ônibus nos nós da rede.

Ceder (2001) propõe uma metodologia para definir a tabela de horários que utiliza uma técnica de informação gráfica que permite ao programador analisar possíveis mudanças nos horários de partida dos veículos e obter o imediato retorno da demanda média de passageiros

esperada. O autor apresenta três procedimentos diferentes para melhorar a correspondência entre os horários de partidas dos veículos com a demanda de passageiros e ao mesmo tempo minimizar recursos, ou seja, a frota empenhada na operação. Estes procedimentos se baseiam na demanda de passageiros observada, na demanda desejada e no número mínimo de viagens no intervalo, sendo que os dois últimos são parâmetros definidos pelo gestor do sistema. O quadro de horários resultante do primeiro procedimento apresenta partidas de ônibus igualmente espaçadas. No segundo procedimento, as partidas, em média, possibilitam alcançar a ocupação desejada nos ônibus, num determinado intervalo. Finalmente, no terceiro procedimento, as partidas são tais que, em média, não há situações de superlotação.

Júnior e Nassi (2001) propõem uma metodologia para análise e dimensionamento de linhas de ônibus, em que a previsão da demanda horária é estimada em função de uma curva polinomial. Neste caso, a função do tempo foi ajustada a um polinômio de grau variável e este polinômio será determinado pelo método de mínimos quadrados. Além de estimar a demanda, a metodologia permite fazer o dimensionamento da linha para operar com um ou dois tipos de tecnologia veicular.

O presente artigo apresenta uma heurística híbrida para resolver de maneira integrada o problema definição da Tabela de Horários e o Problema de Programação dos Veículos, tendo em vista a realidade de um sistema de transporte público urbano. O algoritmo híbrido combina a metaheurística *Simulated Annealing* (Kirkpatrick, 1983) com o método *ArcGen* (Silva, 2001), baseado em fluxo em redes para resolver o problema de programação de veículos. A implementação foi testada com dados da realidade brasileira, e os resultados apresentados nesse trabalho, mostram possibilidades de redução nos custos devido à resolução integrada na resolução dos problemas.

Este trabalho está dividido como segue. Na seção seguinte é feita uma descrição do problema abordado. A seção 3 apresenta a metodologia usada para resolver o problema, definindo os conceitos necessários para explorar o espaço de soluções do problema através da metaheurística *Simulated Annealing*. A seção 4 apresenta os resultados obtidos e a última seção conclui o trabalho.

2. DESCRIÇÃO E REPRESENTAÇÃO DO PROBLEMA INTEGRADO

A demanda de passageiros no transporte público urbano varia ao longo do tempo e é fator determinante para adequar a oferta de transporte, proporcionando um atendimento eficiente e de qualidade. Para definir adequadamente os horários em cada linha, é necessário conhecer a sua demanda ao longo do dia. Mais especificamente, saber a sua variação dentro do horário de pico, em intervalos curtos de tempo (15 min.).

Coletar tais informações é fundamental para definir uma oferta adequada, visto que uma oferta menor do que a demanda compromete a qualidade do transporte devido à superlotação dos veículos. Se a oferta for maior do que a demanda, ocorre uma ineficiência do sistema em função da ociosidade dos veículos. A variação horária típica da demanda ao longo de um dia útil depende do sentido da linha. Nos dias úteis os horários de pico são verificados no início da manhã no sentido bairro-centro, e no final da tarde no sentido centro-bairro. No meio do dia também ocorre um aumento da demanda em função do horário de almoço, a finalização de atividades matutinas e o início de atividades vespertinas (Ferraz e Torres, 2001).

Para definir a tabela de horários de uma linha de transporte público, é necessário conhecer os seguintes valores:

P = demanda de passageiros no horário e local crítico da linha (pass).

C = capacidade de transporte do veículo (pass/veic).

T = tempo de ciclo da linha, ou seja, o tempo necessário para o veículo partir e retornar ao ponto inicial da linha (min).

Assim, é possível estimar os seguintes parâmetros:

Q = frequência de atendimento à demanda (viag/h).

$$Q = P/C$$

H = intervalo entre as viagens, também denominado *headway* entre os veículos.

$$H = 60/Q$$

F = número de veículos necessário na frota (veic).

$$F = T/H$$

Tais parâmetros são usados pelas empresas e pela agência reguladora como referência. Entretanto, existem possibilidades de otimizá-los em um sistema mais flexível, uma vez que eles são definidos considerando os veículos cativos às linhas. Quando é permitida uma flexibilização do sistema, no qual os veículos podem operar dentro de grupo de linhas distintas, as expressões acima representam um ótimo local. O *headway*, por exemplo, é o intervalo fixo entre os horários de partida das viagens de uma linha dentro de um período, seja de pico, entre pico, etc. A quebra na rigidez deste intervalo associada à possibilidade dos veículos operarem em mais do que uma linha distinta pode levar à redução dos custos fixos e variáveis com a frota.

O problema de programar a operação de uma frota de ônibus no transporte público urbano consiste em: a) determinar o número mínimo de veículos necessários para realizar um dado conjunto de viagens, e b) definir a seqüência de viagens a ser executada por cada veículo da frota mínima, tal que o custo da operação seja minimizado (Bodin *et al.*, 1983).

O problema integrado ao qual se refere este trabalho, consiste em verificar se é possível reduzir os custos com a frota necessária para realizar as viagens sob responsabilidade de uma empresa, mediante pequenas variações nos seus horários de partida. Assim, para uma dada tabela de horários é possível encontrar a frota necessária para a execução de suas viagens, com os menores custos fixos e variáveis. Esta solução ótima encontrada pelo método exato será denominada doravante *programação ótima dos veículos*.

A tabela de horários proposta pela empresa gestora do sistema é dita *tabela da empresa* que juntamente com a programação ótima dos veículos será denominada *solução da empresa* do problema integrado.

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A abordagem adotada nesse trabalho consiste em gerar tabelas de horários semelhantes à tabela da empresa, contendo pequenas variações nos horários de partida. A partir dessa nova tabela de horários, é calculada a programação ótima dos veículos que pode ter ou não um custo melhor do que a solução da empresa. Soluções que apresentam um valor menor do que o

valor da solução da empresa, representam possibilidades de redução dos custos sem comprometer a qualidade do serviço oferecido. Para encontrar as alterações permitidas na tabela da empresa que levam à maior redução nos custos, é empregada a metaheurística *Simulated Annealing*. Nessa aplicação, a busca na vizinhança de uma dada solução consiste em variar o tempo de partida de uma viagem. Assim, a cada iteração é permitido que uma viagem contida no quadro de horários sofra uma pequena variação no seu horário de partida. A nova tabela de horários é submetida ao método exato *ArcGen*, o qual retorna a programação ótima dos veículos associada ao problema. O método proposto consiste em resolver o problema de programação dos veículos associado à possibilidade de que cada viagem contida na tabela da empresa seja redefinida, sofrendo uma antecipação ou postergação do horário de início. A alteração que resultar no menor custo global será a solução final do sistema.

3.1 O método *ArcGen* para a resolução do PPV

As diferentes representações do PPV como problema de fluxo em redes contam com um elevado número de arcos, comprometendo assim o tempo de processamento para obtenção da solução ótima (Silva *et al.*, 1998). Para minimizar o tempo de processamento, Silva (2001) desenvolveu o método *ArcGen*, que é uma adaptação da técnica de geração de colunas da programação linear à teoria de grafos, denominada geração de arcos (Löbel, 1997). E a combina com o algoritmo *Out-of-Kilter* para resolver o problema resultante de otimização em redes (Fulkerson, 1961).

A técnica de geração de arcos consiste em resolver uma sequência de problemas, iniciando com uma rede composta por um pequeno conjunto de arcos com grandes possibilidades de figurarem na solução ótima. A partir dos valores duais associados à solução do problema corrente, é feita uma busca na lista de arcos fora da rede, identificando aqueles que podem melhorar a solução corrente. Se for encontrado algum arco com esta característica, este é incorporado à rede e o problema é resolvido novamente. Este processo é repetido até que nenhum arco fora da rede possa melhorar a solução corrente. Quando isto ocorrer o problema está resolvido e a solução corrente é a ótima.

Para tirar proveito da técnica descrita acima os arcos da rede são classificados em dois grupos:

- *arcos longos*: são aqueles que ligam duas viagens cujo tempo de espera entre elas é grande o suficiente para que o veículo retorne temporariamente à garagem durante a operação e
- *arcos curtos*: são aqueles que ligam viagens cujo tempo de espera entre elas não justifica ou não permite um retorno temporário do veículo à garagem.

Assim, dada a rede bipartida $G = (N, A)$, construída segundo o modelo de circulação (Silva 2001), particiona-se o conjunto de arcos A em um subconjunto de arcos longos $A^l \subset A$ e outro subconjunto de arcos curtos A^c , dado por $A^c = A - A^l$. Embora a maioria dos arcos na rede seja constituída de arcos longos, apenas uma pequena parcela deles toma parte da solução ótima.

Abaixo é apresentado o procedimento que sintetiza o método *ArcGen* aplicado ao problema representado pelo grafo $G = (N, A)$.

Inicialização: Faça $S = A^c$ e $L = A^l$, onde $G = (N, A^c \cup A^l)$.

P1. Resolver o problema de circulação para a rede $G_c = (N, S)$.

P2. Para cada arco $(i, j) \in L$ faça:

Calcule o seu custo reduzido $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \pi_i + \pi_j$

Se $\bar{c}_{ij} < 0$

Então incluir o arco (i, j) a S e retirá-lo de L .

P3. **Se** algum arco foi incluído em S durante o passo P2

Então retornar ao passo P1,

Senão finalizar o processo. A solução corrente é ótima.

Desta forma é possível resolver problemas práticos de grande porte com uma drástica redução no tempo de processamento. O método *ArcGen* foi testado com dados reais de diversos casos e comparado com o método BOOST (Kwan e Rahin 1999), alcançando resultados superiores em alguns casos (Silva e Gualda 2002).

3.2 Representação do Problema Integrado

Uma solução s do problema é representada pelo seguinte conjunto de informações:

- Uma tabela de horários contendo todos os dados de cada viagem, tais como o horário inicial, ponto inicial, horário final, ponto final e a linha de cada viagem.
- A programação ótima dos veículos que executarão as viagens contidas na tabela. A programação de um veículo é constituída pelo bloco das viagens a serem realizadas pelo veículo.

3.3 Avaliação de uma solução

O valor da função de avaliação $f(s)$ de uma solução s é dado pelo custo da programação ótima dos veículos. Tal custo, calculado com base na fórmula (1) a seguir, considera o número total de veículos necessários na operação, o total de horas que a frota permanece ociosa nos terminais e o total de horas que a frota realiza viagens de transferência, também ditas viagens a porta fechada ou viagens mortas:

$$f(s) = a \times Tot_veic + b \times Tot_viagens_mortas + c \times Tot_ociosidade \quad (1)$$

onde Tot_veic é o total de veículos na programação, $Tot_viagens_mortas$ é o tempo total que os veículos realizam viagens mortas e $Tot_ociosidade$ é o tempo total que os veículos da programação permanecem parados nos terminais. O coeficiente a é um valor que representa o custo dos veículos e os coeficientes b e c estão associados aos custos horários de um veículo realizando viagem morta e permanecendo parado no terminal.

3.4 Estrutura de Vizinhança

Um vizinho s' de uma solução s é definido como um quadro de horários que difere do quadro s pela alteração em ε minutos dos horários inicial e final de uma dada viagem. O valor ε é escolhido no intervalo $[-k, k]$, sendo k a variação máxima permitida para os horários de partida das viagens. A cada vizinho s' está associada uma programação ótima de veículos, com custo $f(s')$, calculado segundo a expressão (1) utilizando-se o algoritmo *ArcGen*. Denota-se por $N(s)$ o conjunto de todos os vizinhos de s assim gerados.

As modificações realizadas na tabela de horários baseadas na idéia descrita acima, com k suficientemente pequeno, não geram grandes mudanças para os usuários do sistema, mantendo a qualidade dos serviços prestados pela empresa, e garantindo a mesma satisfação

para os seus usuários.

3.5 Metaheurística *Simulated Annealing* Aplicada ao Problema

A metaheurística *Simulated Annealing* é um método de busca local probabilística que se fundamenta em uma analogia com a Termodinâmica, ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos, operação conhecida como recozimento. A Figura 1 apresenta uma adaptação do método para a resolução do problema integrado.

```

procedimento SA ( $f(\cdot)$ ,  $N(\cdot)$ ,  $\alpha$ ,  $SA_{max}$ ,  $T_0$ ,  $s$ )
1   $s^* \leftarrow s$ ;           {Melhor solução obtida até então}
2   $IterT \leftarrow 0$ ;       {Número de iterações na temperatura T}
3   $T \leftarrow T_0$ ;        {Temperatura corrente}
4  enquanto ( $T > 0$ ) faça
5    enquanto ( $IterT < SA_{max}$ ) faça
6       $IterT \leftarrow IterT + 1$ ;
7      Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
8      Chame o método ArcGen para obter a programação ótima dos veículos e calcular  $f(s')$ ;
9       $\Delta = f(s') - f(s)$ ;
10     se ( $\Delta < 0$ )
11       então
12          $s \leftarrow s'$ ;
13         se ( $f(s') < f(s^*)$ ) então  $s^* \leftarrow s'$ ;
14       senão
15         Tome  $x \in [0, 1]$ ;
16         se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então  $s \leftarrow s'$ ;
17     fim_se;
18   fim_enquanto;
19    $T \leftarrow \alpha \times T$ ;
20    $IterT \leftarrow 0$ ;
21 fim_enquanto;
22  $s \leftarrow s^*$ ;
23 Retorne  $s$ ;
fim SA

```

Figura 1: Algoritmo *Simulated Annealing* aplicado ao problema integrado.

O método proposto parte de uma solução inicial s_0 qualquer, e uma temperatura inicial T_0 elevada, no caso, calculada por simulação conforme seção 3.6 a seguir. A partir da solução corrente s é gerada aleatoriamente uma única solução $s' \in N(s)$ com custo $f(s')$ e é calculado o valor de $\Delta = f(s') - f(s)$. Se Δ for menor do que zero, ou seja, se o custo da programação ótima dos veículos associada à nova tabela de horários for menor do que o custo da programação ótima da tabela de horários corrente, então a nova tabela passa a ser a tabela de horários corrente.

Se a função objetivo da solução vizinha $f(s')$ for menor do que a função objetivo $f(s^*)$ da melhor solução encontrada até então s^* , a solução vizinha passa a ser a melhor solução. Caso contrário, a solução vizinha só é aceita com uma certa probabilidade, a qual depende de um parâmetro do método, conhecido como temperatura T . Para tanto, sorteia-se aleatoriamente

um valor x , entre 0 e 1. Se x for menor que $e^{-\Delta/T}$, então a solução vizinha passa a ser a solução corrente, caso contrário ela é descartada. Esse procedimento é repetido até um número máximo de iterações dado por S_{max} , para cada temperatura. A temperatura é diminuída gradativamente através de um fator α denominado razão de resfriamento com $0 < \alpha < 1$. Assim, a temperatura é atualizada pela seguinte expressão: $T_n \leftarrow \alpha \times T_{n-1}$ até T tornar-se suficientemente próximo de 0. À medida que T se aproxima de zero, diminui a probabilidade de um vizinho pior do que a solução corrente ser aceito, uma vez que quando $T \rightarrow 0$ então $e^{-\Delta/T} \rightarrow 0$.

Nessa aplicação, a solução inicial s_0 da metaheurística é a própria solução da empresa.

3.6 Cálculo da Temperatura Inicial T_0

A temperatura inicial T_0 é calculada de forma autoadaptativa, por simulação, conforme descrito a seguir. Assim, inicia-se T_0 com um valor baixo, no caso 1. A seguir, verifica-se, pela aplicação do método *Simulated Annealing* descrito na Figura 1, linhas 5 a 18, o número de vizinhos aceitos nessa temperatura, ou seja, os vizinhos que são soluções de melhora ou que passaram no teste de probabilidade. Se o número de vizinhos aceitos for maior ou igual ao valor $\gamma \times S_{max}$, onde γ é um valor que representa o percentual de aceitos que deseja obter, termina-se o procedimento, retornando-se a temperatura corrente como a temperatura inicial. Caso contrário, T é multiplicado por um valor $\beta > 1$ (no caso, $\beta = 2$), reiniciando-se a geração de vizinhos. O procedimento só é interrompido quando o número de vizinhos aceitos for maior que $\gamma \times S_{max}$. Nessa aplicação, $S_{max} = 10$ e $\gamma = 0,9$. Ou seja, a temperatura inicial foi tal que 90% dos vizinhos da solução inicial foram aceitos como de melhora.

4. TESTES COMPUTACIONAIS

A metodologia proposta foi implementada em C, usando o compilador C++ Builder 6.0 e testada com a tabela de horários referentes a abril de 2004 fornecida por uma empresa que opera no município de Belo Horizonte. Os dados foram agrupados segundo o tipo de dia, ou seja, dias úteis, sábados e domingos. Para permitir uma flexibilização da operação, as linhas foram divididas por grupos que apresentam as mesmas características, como aquelas que operam com micro-ônibus, as troncais, as alimentadores, entre outras. Desta forma, foi permitido que os veículos operassem em diferentes linhas desde que pertencentes a um mesmo grupo.

Para avaliar a qualidade dos resultados obtidos, são apresentadas tabelas com as características da solução da empresa e das soluções geradas pelo método proposto. A coluna Tempo de Terminal reflete o tempo total que os veículos permanecem nos terminais entre as viagens. O Tempo de viagem morta é o tempo total que os veículos realizam viagens “fora de operação”, como os deslocamentos que envolvem a garagem e o reposicionamento entre os terminais. Para uma solução ser considerada melhor do que outra, basta que o valor da sua função objetivo seja inferior ao valor da função objetivo da outra solução.

São apresentadas também informações sobre as modificações ocorridas na tabela da empresa que levaram à redução nos custos com a programação dos veículos. Neste sentido, a coluna “# Viagens postergadas” contém o número total de viagens que tiveram seus tempos de partida atrasados e a coluna “Tempo total de atrasos” apresenta a soma total dos atrasos. O mesmo acontece com as viagens que tiveram seus tempos de partida modificados para menos,

cujas informações equivalentes estão nas colunas “# Viagens antecipadas” e “Tempo total de antecipação” presentes nas tabelas 4, 6 e 8. O tempo máximo de alteração para mais ou para menos, no horário de partida das viagens foi definido em três minutos, ou seja, foi atribuído ao parâmetro k da seção 3.4 o valor 3.

4.1. Expressão da Função de Avaliação

A Função de Avaliação associada a uma solução s foi calculada pela expressão (1) considerando: *i*) o valor que representa o custo de um veículo $a = 1.000$, *ii*) o custo horário de um veículo realizando viagem morta $b = 2$ e *iii*) o custo horário de um veículo parado no terminal $c = 1$. Segundo Dell’Amico et al. (1993) o valor de a deve ser suficientemente grande para minimizar o número de veículos e b e c devem ser tais que $b > c$.

4.2. Grupos de Linhas

Os grupos de linhas apresentados na Tabela 1 foram determinados através do tamanho e da cor dos veículos utilizados nas respectivas linhas. Na Tabela 2 são representados o número de viagens e a temperatura inicial para cada grupo.

Tabela 1: Grupos de Viagens

Grupo	Linhas	Tipo de Veículo
1	101, 201, 203 e 321	Microônibus
2	2104 e 4150	Normal
3	8207, 5201	Normal
4	8208, 9206	Normal

Tabela 2: Número de Viagens e Temperatura inicial utilizada pelos Grupos de linhas

	Dia Útil				Sábado				Domingo			
	G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4	G1	G2	G3	G4
Nº de Viagens	137	247	376	235	100	189	248	154	71	155	172	74
Temperatura Inicial	512	6553 6	2	1	1	4096	1	2	1	4096	1	4

4.3. Resultados Obtidos

A seguir são apresentados os resultados obtidos nos testes realizados com a metodologia proposta nesse trabalho. Para cada tipo de dia e grupo de linhas foram realizados dez testes, sendo apresentadas apenas as soluções produzidas pela metodologia (Após SA) com custo inferior à solução adotada pela empresa (Empresa).

As tabelas 3, 5 e 7 contêm os valores de SA_{max} , o tempo de viagem morta, o tempo de terminal, o valor da função objetivo e o número de veículos. E as Tabelas 2, 4 e 6 apresentam as alterações ocorridas na solução da empresa que propiciam uma redução no custo com a frota empenhada na operação.

4.3.1 Dia Útil

Nos testes realizados com os dados dos dias úteis verificou-se uma redução nos custos referentes aos grupos 3 e 4. Para os demais grupos não houve redução nos seus custos com a frota operante.

Tabela 3: Solução da empresa e após aplicar a metodologia para os dias úteis

	SAmax	Solução	Tempo de terminal	Tempo de Viagem Morta	Função Objetivo	Nº. de Veículos
Grupo 3	188	Empresa	93:54	94:30	55974	39
		Após SA	97:58	94:00	53158	36
Grupo 4	117	Empresa	25:39	36:20	32213	26
		Após SA	18:12	36:47	31887	26

Tabela 4: Alterações ocorridas na solução da empresa com a aplicação da metodologia

	# Viagens Alteradas	# Viagens postergadas	Tempo total de atrasos (minutos)	# Viagens antecipadas	Tempo total de antecipação (minutos)	% de Melhora
Grupo 3	305	149	288	156	275	5%
Grupo 4	235	119	158	116	243	1%

Os resultados obtidos com o grupo três foram os melhores dentre todos, mostrando a possibilidade de reduzir até três veículos na frota. Para o grupo quatro foi possível reduzir o custo total com um corte significativo do tempo de terminal e um ligeiro aumento no tempo de viagem morta.

4.3.2 Sábado

As melhores soluções para os dados dos sábados são apresentadas abaixo. Para este conjunto de dados não foi possível reduzir a frota mínima em nenhum grupo de linhas. Entretanto, houve uma redução nos tempos de terminal para os grupos 1, 3 e 4.

Tabela 5: Solução da empresa e após aplicar a metodologia para o sábado

	SAmax	Solução	Tempo de terminal	Tempo de Viagem Morta	Função Objetivo	Nº. de Veículos
Grupo 1	50	Empresa	9:50	2:38	5906	5
		Após SA	9:33	2:38	5889	5
Grupo 3	124	Empresa	25:15	17:50	23655	20
		Após SA	21:58	17:50	23458	20
Grupo 4	107	Empresa	15:20	22:30	17620	14
		Após SA	14:13	22:30	17553	14

Tabela 6: Alterações ocorridas após aplicar a metodologia aos dados de sábado

	# Viagens Alteradas	# Viagens postergadas	Tempo total de atrasos (minutos)	# Viagens antecipadas	Tempo total de antecipação (minutos)	% de Melhora
Grupo 1	43	19	32	24	36	0,003%
Grupo 3	201	124	198	77	106	0,008%
Grupo 4	154	87	98	67	72	0,004%

O grupo três foi aquele que sofreu a maior redução no tempo de terminal. Segundo a Tabela 6, tal redução se deu devido à alteração de 81% das viagens da tabela, somando 304 minutos entre o tempo total de atrasos e de antecipações.

4.3.3 Domingo

Para as tabelas das viagens aos domingos, também não houve redução da frota empenhada na

operação. Mas o método foi capaz de detectar a redução nos tempos de terminal para os grupos 1, 3 e 4.

Tabela 7: Solução da empresa e após aplicar a metodologia para o domingo

	SAmaz	Solução	Tempo de terminal	Tempo de Viagem Morta	Função Objetivo	Nº. de Veículos
Grupo 1	63	Empresa	15:10	03:30	7330	6
		Após SA	14:46	03:30	7306	6
Grupo 3	120	Empresa	19:20	13:00	14720	12
		Após SA	18:31	13:00	14671	12
Grupo 4	51	Empresa	09:05	01:44	8753	8
		Após SA	08:32	01:44	8717	8

Tabela 8: Alterações ocorridas após aplicar a metodologia aos dados de domingo

	# Viagens Alteradas	# Viagens postergadas	Tempo total de atrasos (minutos)	# Viagens antecipadas	Tempo total de antecipação (minutos)	% de Melhora
Grupo 1	49	28	71	21	49	0,003%
Grupo 3	152	73	164	79	178	0,003%
Grupo 4	67	42	53	25	34	0,004%

4.4. Análise dos Resultados

Os resultados obtidos apresentaram um grande índice de melhora para alguns grupos de linhas, considerando as tabelas dos dias úteis. A maior redução se deu para o grupo três, chegando inclusive a reduzir três veículos da frota. Ainda para os dados dos dias úteis, houve uma redução de 7 horas e 27 minutos no tempo de terminal com um aumento de 27 minutos de viagens mortas para o grupo quatro.

Considerando agora os dados dos sábados, o resultado mais significativo se deu com o grupo três, reduzindo em 3 horas e 17 minutos o seu tempo de terminal. Ao aplicar a metodologia nas tabelas de viagens dos domingos, verificou-se uma redução de 49 minutos do tempo de terminal.

Conforme pode ser observado nas Tabelas 4, 6 e 8, as reduções nos custos com a frota mínima, obtidas segundo a metodologia, estão sujeitas a alterações nas respectivas tabelas de viagens. Tais alterações, embora limitadas em três minutos para mais ou para menos para cada viagem, são significativas em termos de número, variando na mudança de 80% a 100% da tabela original.

5. CONCLUSÕES

A metodologia apresentada nesse trabalho contribui para resolver de forma integrada o problema de *timetabling* e de programação de veículos. Esse é mais um mecanismo de ajuste das tabelas de horários para o sistema de transporte público, tendo como objetivo reduzir os custos com a frota empenhada na operação.

A implementação da metodologia proposta é composta de modelos clássicos como o de circulação, que combinado com o algoritmo *out-of-kilter* e a técnica de geração de arcos, se torna eficiente na resolução do problema de programação de veículos. E a metaheurística

Simulated Annealing, de fácil implementação e que se mostrou eficiente na resolução do problema integrado.

Os testes realizados mostram possibilidades de redução da frota para os dias úteis de um dado grupo de linhas. Para os sábados e domingos as reduções se limitaram aos tempos de terminais. Os resultados mais significativos foram obtidos com os dias úteis, pois nestes dias o número de viagens é 44% maior do que nos sábados e corresponde a 110% das viagens previstas para os domingos, possibilitando assim, margens maiores de otimização.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq/UFOP pelo apoio recebido no desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bokinge, U. e D. Hasselström (1980) Improved vehicle scheduling in public transport through systematic changes in the time-table. *European Journal of Operational Research*, v. 5, p.388-395.
- Ceder, A. e N. H. M. Wilson (1986) Bus network design. *Transportation Research Part B*, v. 20, n. 4, p. 331-344.
- Ceder, A. (2001) Bus timetables with even passenger loads as opposed to even headways. *Transportation Research Record 1760*, p. 28-33.
- Ceder, A.; B. Golany e O. Tal (2001) Creating bus timetables with maximal synchronization. *Transportation Research Part A*, v. 35, p. 913-928.
- Dell'Amico, M.; M. Fischetti e P. Toth (1993) Heuristic algorithm for the multiple depot vehicle scheduling problem. *Management Science*, v. 39, p. 115-125.
- Ferraz, A. C. P. e I. G. E. Torres (2001) *Transporte Público Urbano*. Ed. RiMa, São Carlos.
- Fulkerson, D. (1961) An out-of-kilter method for minimal cost flow problems. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 9, p. 18-27.
- Furth, P. G. E N. H. M. Wilson (1981) - Setting Frequencies on Bus Routes: Theory and Practice. *Transportation Research Record*, v. 818, p. 1-7.
- Júnior, A. D. A. e C. D. Nassi (2001). Contribuição Metodológica para análise e dimensionamento de linhas de ônibus. *Anais do XV Congresso de Pesquisa e Ensino em Transporte*, ANPET, Campinas, v. 2, p. 215-224.
- Kirkpatrick, S.; D. C. Gellat e M. P. Vecchi. (1983) Optimization by Simulated Annealing. *Science*, p. 671-680.
- Kwan, R. K. e M. A. Rahin (1999) Object oriented bus scheduling - the BOOST system. *Computer Aided Scheduling of Public Transport*. N. H. M. Wilson (ed.), Springer, Berlin, p.177-191.
- Löbel, A (1997) *Optimal vehicle scheduling in public transit*. Tese de doutoramento, Departamento de Matemática, Universidade Técnica de Berlin.
- Silva, G. P. e N. D. F. Gualda (2002) - O Método *ArcGen* para Programação de Veículos: Um Estudo de Caso da Cidade de Belo Horizonte. *Transporte em Transformação VI*. Editora Universidade de Brasília, p. 108-126.
- Silva, G. P. 2001. *Uma metodologia baseada na técnica de geração de arcos para o problema de programação de veículos*. Tese de doutorado – Depto. de Engenharia de Transportes, EPUSP, São Paulo.
- Silva, G. P.; R. S. K. Kwan e N. D. F. Gualda (1998) Vehicle scheduling with network flow models. *Transportes*, v. 6, p. 6-27.