

# **PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO GLOBAL: UMA APLICAÇÃO EM UM MODELO DE DESTINOS COMPETITIVOS**

**Edson Tadeu Bez**

Universidade do Vale do Itajaí – UNIVALI

**Mirian Buss Gonçalves**

Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC

**José Eduardo Souza de Cursi**

LMR – UMR 6138 CNRS – INSA – Rouen

## **RESUMO**

Na área de planejamento de transportes modelos matemáticos são utilizados e em muitos casos, possuem representação matemática não convexa, sendo necessária a utilização de métodos numéricos robustos em seu processo de calibração. Neste artigo apresenta-se um procedimento híbrido (EGPA-FR), composto por um algoritmo evolucionário, cuja população inicial é gerada por uma Fórmula de Representação do ótimo global (Souza de Cursi, 2002, 2003), utilizando um método do gradiente adicionado de perturbações aleatórias, em sua fase de mutação. Também é introduzido um passo ótimo no método do gradiente, convenientemente definido, a cada iteração. O procedimento numérico foi aplicado à calibração do modelo de interação espacial de destinos competitivos apresentado por Fotheringham (1983), com o objetivo de comparar o desempenho do mesmo com relação a uma estratégia evolucionária considerada robusta (Diplock; Openshaw, 1996). Os resultados validaram a boa performance do procedimento proposto.

## **ABSTRACT**

In the transportation planning area, mathematical patterns are used and, in many cases, they have a non-convex mathematical representation, making the usage of robust numerical methods in its calibration process necessary. This article shows a hybrid procedure (EGPA-FR), consisting of an evolutionary algorithm, from which the initial population is generated by a Representation Formula of the global optimum value (Souza de Cursi, 2002, 2003), using a method of a gradient added with random perturbations, in its mutation period. It is also introduced an optimal step in the gradient method, conveniently defined, in every iteration. The numeric procedure was applied to calibrate the spatial interaction model of competitive destinations presented by Fotheringham (1983), aiming the comparison of the performance of an evolutionary strategy considered robust (Diplock; Openshaw, 1996). The results validated the good performance of the proposed procedure.

## **1. INTRODUÇÃO**

Atualmente, muitos estudos estão focados no desenvolvimento de métodos matemáticos robustos que possibilitem resolver problemas importantes encontrados nas Engenharias. Procura-se analisar, com cuidado, estratégias gerais de solução dos problemas, ao invés de buscar uma solução pontual que resolva uma determinada situação.

Em Logística e no Planejamento de Transportes ocorrem diversos problemas que exigem a aplicação de métodos de otimização. Algumas aplicações destes métodos são: a otimização do transporte de produtos de diversos pontos de fornecimento a seus destinos, adicionado de pontos de transbordo de produtos; a otimização da distribuição de produtos e da distribuição de tarefas; problemas de localizações e distritamento, dimensionamento de uma rede de transporte coletivo, calibração de modelos de interação espacial, entre outros.

Na literatura existe um número expressivo de métodos de otimização que são adequados para resolver problemas caracterizados por funções convexas, mas que não apresentam boa performance para problemas mais complexos, envolvendo funções não convexas, localização

do ótimo em fendas estreitas e profundas ou em regiões extensas e planas, ou mínimos locais com valores semelhantes, etc.

Muitos trabalhos estão centrados na determinação de novos procedimentos, mais robustos, que possibilitem a determinação do ótimo global independente do problema a ser resolvido. Esses métodos combinam, na maioria dos casos, métodos já existentes, gerando procedimentos híbridos, com o objetivo de aproveitar o que cada um tem de melhor. Uma das maneiras citadas na literatura combina algoritmos evolucionários com métodos clássicos de descida, visando unir vantagens dos métodos evolucionários, como eficiência e flexibilidade, à precisão e velocidade de busca de métodos tradicionais de descida.

No presente trabalho, apresenta-se um procedimento híbrido de representações de soluções em otimização global, que usa uma versão evolucionária apresentada por Gonçalves; Souza de Cursi (2001), de um algoritmo baseado em perturbações aleatórias do método do gradiente e uma fórmula de representação do ótimo global dada por Souza de Cursi (2002, 2003), na melhoria da população inicial. Também é introduzido um passo ótimo no método do gradiente, convenientemente definido, a cada iteração. Testes com funções clássicas mostraram que as melhorias introduzidas no algoritmo original o tornaram bastante robusto, com potencial para resolver problemas aplicados (Bez, 2005).

Nesse contexto, faz-se uma avaliação do algoritmo desenvolvido, através de uma comparação de seu desempenho com o de uma Estratégia Evolucionária utilizada por Diplock; Openshaw (1996), na calibração de um modelo de destinos competitivos desenvolvido por Fotheringham (1983, 1986). A escolha dessa estratégia deveu-se à comprovação empírica de sua boa performance (Schwefel, 1995), comparada com onze métodos de otimização convencionais na resolução de 28 problemas teste.

O trabalho é estruturado como segue. Na seção 2 apresenta-se o modelo de destinos competitivos de Fotheringham (1983). Na seção 3 são apresentadas as medidas de ajuste utilizadas para calibrar o modelo. A estratégia evolucionária e o algoritmo híbrido EGPA-FR são apresentados na seção 4. Na seção 5 apresentam-se os resultados e análise dos testes e, finalmente, na seção 6 são feitas algumas considerações finais.

## **2. MODELO DE DESTINOS COMPETITIVOS (FOTHERINGHAM, 1983)**

Uma estratégia utilizada, para melhorar a performance de um modelo, é a captura dos efeitos espaciais, incorporando medidas relevantes, explicitamente, na formulação do modelo. De acordo com Sheppard (1978), a probabilidade de escolha de um destino depende de como este está situado em relação às oportunidades alternativas. Esta probabilidade seria diferente se este destino fosse o único possível em uma distância específica, do que no caso em que ele fosse apenas um dentre um conjunto de oportunidades. Essas idéias foram operacionalizadas por Fotheringham (1983) com a determinação do modelo de destinos competitivos. Na aproximação dada por este modelo, uma medida de acessibilidade de destinos potenciais é adicionada, explicitamente, ao modelo gravitacional tradicional (Gittlezen; Thorsen; Ubøe, 2004).

A equação deste modelo é formulada como segue:

$$T_{ij} = A_i O_i D_j Q_{ij}^{\delta} e^{\beta c_{ij}} \quad (1)$$

$$A_i = \left( \sum_j D_j Q_{ij}^\delta e^{\beta c_{ij}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

onde  $i$  representa uma zona de origem;  $j$  representa uma zona de destino;  $O_i$  é uma medida do número de viagens que se originam na zona  $i$ ;  $D_j$  é uma medida do número de viagens atraídas pela zona  $j$ ;  $T_{ij}$  é o número de viagens que se originam em  $i$  e terminam em  $j$ ;  $c_{ij}$  é uma medida de separação espacial entre as zonas  $i$  e  $j$ ;  $A_i$  é o fator de balanceamento associado à  $O_i$ .  $Q_{ij}$  mede a percepção de um indivíduo da origem  $i$  da acessibilidade do destino  $j$  com relação aos outros destinos disponíveis para a origem  $i$ . Esta função leva em conta a atratividade e a distância. Fotheringham (1983; 1984; 1985) a definiu como

$$Q_{ij} = \sum_{k \neq i, k \neq j}^k D_k e^{\sigma c_{jk}}, \quad (3)$$

onde o parâmetro  $\sigma$  mede a importância da distância na determinação da percepção de acessibilidade.  $\beta$  e  $\delta$  são parâmetros de impedância associados à separação espacial e à acessibilidade, respectivamente.

Observa-se que as equações (1) e (2) representam a versão simplesmente restrita, com restrição de origem, do modelo. A versão duplamente restrita deste modelo pode ser vista em Fotheringham (1983).

### 3. MEDIDAS DE AJUSTE

Gonçalves; Souza de Cursi (1997), argumentam que o processo de calibração de um modelo consiste de duas etapas: 1) deve-se definir um critério de calibração, isto é, que medida será utilizada para avaliar o ajuste das estimativas aos dados; 2) devem ser estabelecidos procedimentos computacionais que permitam determinar os parâmetros do modelo, de forma a obter o melhor ajuste.

Na calibração do modelo de destinos competitivos, foram utilizadas como critério de calibração, as estatísticas descritas a seguir.

#### 3.1. Índice de dissimilaridade ( $ID$ )

Esta estatística é expressa através da seguinte equação (Gonçalves, 1992; Bez, 2000):

$$f_{ID} = \frac{50}{T^*} \sum_{ij} |T_{ij}^* - T_{ij}|. \quad (4)$$

O seu valor tem uma variação entre 0 e 100, sendo que as matrizes de viagens têm um melhor ajuste quando o valor de  $f_{ID}$  for pequeno. Consequentemente, quanto maior seu valor, pior será o ajuste ou proximidade entre as matrizes de viagens observadas e estimadas. Diversos estudos utilizam esta estatística como critério de calibração (Bez; Gonçalves, 2001; Kühlkamp; Ulysséa Neto, 2004).

#### 3.2. Soma média dos erros quadrados ( $MSSE$ )

Esta estatística, denominada na língua inglesa de “*Mean sum of square errors*” foi usada por Diplock; Openshaw (1996) num estudo sobre o uso de algoritmos evolucionários para calibração de modelos de distribuição de viagens.

A equação que representa esta estatística é dada pela seguinte expressão:

$$f_{MSSE} = \sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{ncel}, \quad (5)$$

onde  $ncel$  = número de células da matriz com fluxos estimados.

Salienta-se que, quanto menor for o valor determinado por  $f_{MSSE}$ , melhor será o ajuste entre as matrizes de viagens observadas e estimadas.

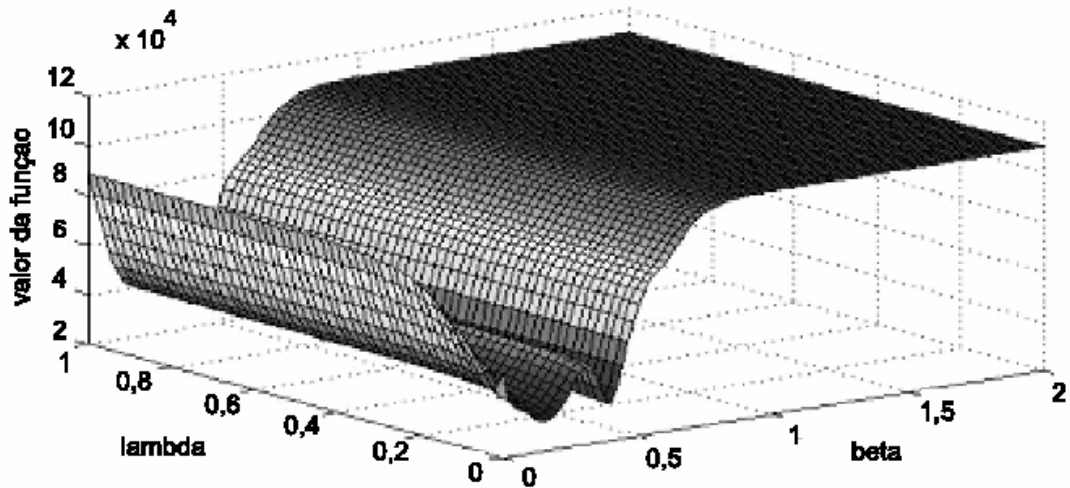
### 3.3. Estatística Phi-Normalizada (NPHI)

Esta estatística foi introduzida por Smith; Hutchinson (1981) na calibração de modelos de distribuição de viagens. A expressão que a representa é dada por:

$$f_{NPHI} = \sum_{ij} \frac{T_{ij}^*}{T^*} \left| \ln \left( \frac{T_{ij}^*}{T_{ij}} \right) \right|. \quad (6)$$

Quanto menor for o valor de  $f_{NPHI}$ , melhor é o ajuste entre as matrizes de viagens observadas e estimadas. Baseada na Teoria de Informação, assume valor igual a zero quando as matrizes de viagens observadas e estimadas coincidem.

Essas e outras estatísticas usadas com critério de calibração, apresentam dificuldades numéricas para a obtenção do mínimo global em virtude da não convexidade das funções (Figura 1), juntamente com a localização do ponto de ótimo global em fendas estreitas. Superfícies convexas, não necessariamente determinam um bom ajuste, devido a sua forma planar. Outro problema verificado é a forma exponencial das funções a serem minimizadas (Bez; Gonçalves, 2002).



**Figura 1 – Critério MSSE: retângulo [0;2]x[0;1]; intervalo da malha de 0.02  
(Modelo Gravitacional de Oportunidades (Gonçalves, 1992))**

A utilização de um conjunto variado de critérios de calibração, representados pelas equações (4) a (6), deve-se ao objetivo do trabalho, que é comprovar empiricamente a operacionalidade e robustez do procedimento numérico desenvolvido, para calibrar modelos de interação espacial, em particular, o modelo de destinos competitivos apresentado na seção 2.

#### 4. ESTRATÉGIA EVOLUCIONÁRIA E O ALGORITMO HÍBRIDO EGPA-FR

Na minimização das funções  $f_{MSSE}$ ,  $f_{ID}$  e de  $f_{NPHI}$  são usados uma estratégia evolucionária (Diplock; Openshaw, 1996) e o procedimento numérico EGPA-FR neste estudo, os quais são descritos a seguir.

##### 4.1. Estratégia Evolucionária

Diplock; Openshaw (1996), utilizam na calibração do modelo de Fotheringham (1983), uma estratégia evolucionária, um método quase-newtoniano (NAG, 1991) e um algoritmo genético básico. Eles citam que uma das razões para a escolha da estratégia evolucionária foi o trabalho desenvolvido por Schwefel (1995) que verificou, empiricamente, a boa performance do mesmo, comparado com onze métodos de otimização convencionais sobre vinte e oito problemas teste. No artigo de Diplock; Openshaw (1996) o mesmo bom desempenho, desse método, foi observado na aplicação, o que motivou a sua utilização para efeitos comparativos com o EGPA-FR.

O algoritmo que descreve esta estratégia envolve os seguintes passos:

- passo 1:* Determinar os valores para os parâmetros de inicialização, como: tamanho da população, número de mutações, número máximo de iterações e o desvio padrão inicial para os pais.
- passo 2:* Mutação – Gerar o descendente: este processo envolve a adição de números pseudo-aleatórios extraídos de uma distribuição normal centrada no valor do pai para um dado desvio padrão.
- passo 3:* Se o valor do descendente for melhor que o do pai, deve-se transformar este descendente em pai para a próxima geração.
- passo 4:* Repetir os passos 2 e 3 para  $n$  mutações e contar quantos valores melhores foram encontrados sobre as  $10n$  mutações precedentes. Se esta quantidade for maior que  $2n$ , então deve-se reduzir o desvio padrão por 0.85; senão aumenta-se (dividindo por 0.85).
- passo 5:* Voltar ao passo 2 até que nenhuma mudança aconteça nas  $10n$  mutações, em duas ocasiões consecutivas.

Para utilização do algoritmo foi desenvolvido um programa fonte em linguagem Microsoft Visual Basic 6.0. Foram, também, implementadas rotinas para os diferentes critérios de calibração dados pelas equações (4) a (6).

Para que fossem definidos os valores dos parâmetros que seriam utilizados na calibração do modelo foi executada uma bateria extensa de testes variando parâmetros como tamanho de população, desvio padrão e outros.

##### 4.2. Algoritmo Híbrido EGPA-FR

Gonçalves; Souza de Cursi (2001), apresentaram uma versão evolucionária de um algoritmo baseado em perturbações aleatórias do método do gradiente, aplicando-o na calibração de um modelo gravitacional de oportunidades de distribuição de viagens. O algoritmo implementado resolveu o problema, mas apresentou algumas deficiências, especialmente relacionadas com a dependência dos parâmetros de inicialização do mesmo. Souza de Cursi (2002; 2003), desenvolveu uma Fórmula de Representação do ponto de ótimo global, cuja convergência foi provada teoricamente, mas que implementada isoladamente, não tem apresentado bons resultados em problemas mais complexos.

Dessa forma, surgiu a idéia de desenvolver um algoritmo híbrido, que usasse a Fórmula de Representação na melhoria da população inicial da versão evolucionária. Para reduzir a dependência de alguns parâmetros de inicialização, introduziu-se um passo ótimo, no método do gradiente, convenientemente determinado a cada iteração.

A Fórmula de Representação do ponto ótimo global  $x^*$  (Souza de Cursi, 2002; 2003) de uma função  $f : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ , contínua, sobre um conjunto fechado e limitado  $S \subset \mathcal{R}^n$ ,  $S \neq \emptyset$ , é dada por:

$$x^* = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{E(xg(\lambda, f(x)))}{E(g(\lambda, f(x)))}, \quad (7)$$

onde  $\lambda \in \mathcal{R}_+$ ,  $g$  é uma função convenientemente escolhida e  $E(xg(\lambda, f(x)))$  é a esperança matemática que determina o valor médio de uma distribuição de probabilidade, considerando o valor e a probabilidade de ocorrência desta variável.

Souza de Cursi (2002; 2003) demonstrou que uma possível escolha para  $g$ , sugerida por M. Pincus, pode ser dada por:

$$g(\lambda, f(x)) = e^{-\lambda f(x)}. \quad (8)$$

A idéia de utilizar uma função estritamente decrescente para determinar o valor da probabilidade, deve-se ao fato do procedimento ter por objetivo determinar o mínimo de uma função. Dessa forma, quanto mais longe do mínimo estiver o ponto, maior é o valor de  $f(x)$  e, conseqüentemente, menor será sua probabilidade de ocorrência.

A utilização prática da expressão (7) exige a construção de uma distribuição de probabilidades sobre um conjunto viável  $S$ , por exemplo, utilizando um operador de projeção  $proj$  transformando  $x \notin S$  em  $x_{proj} \in S$ .

A implementação numérica da expressão (7) pode ser feita trocando o limite  $\lambda \rightarrow +\infty$  por um valor fixo de  $\lambda$ : gera-se uma seqüência  $(x_1, \dots, x_{ntirm})$  de pontos viáveis, de acordo com uma probabilidade  $P$  e se usa esta seqüência para aproximar:

$$x^* \approx x_e^* = \frac{\sum_{i=1}^{ntirm} x_i g(\lambda, f(x_i))}{\sum_{i=1}^{ntirm} g(\lambda, f(x_i))}. \quad (9)$$

O passo ótimo no método do gradiente (Bez, 2005), tem por objetivo fazer com que o tamanho do passo seja convenientemente definido a cada iteração. Este, denotado por  $t_n$ , é definido de modo que seja válida a relação  $f(x_n - t_n \nabla f(x_n)) \leq f(x_n - t \nabla f(x_n))$ ,  $\forall t \in (0, t_{\max})$  sendo  $t_{\max}$  determinado através da razão  $\frac{\alpha}{\|\nabla f(x_n)\|}$ , onde  $\alpha$  delimita o tamanho inicial do passo,  $\nabla f(x_n)$  é o gradiente de  $f(x_n)$  e  $\|\nabla f(x_n)\|$  é a norma do gradiente de  $f(x_n)$ .

O procedimento EGPA-FR pode ser descrito como segue:

1. Seja um número real  $H > 0$  e números inteiros não negativos  $NP$ ,  $NF$  e  $NR$ ; uma população inicial  $S_0 = \{x_0^1, x_0^2, \dots, x_0^{NP}\}$ , onde cada elemento de  $S_0$  é obtido através da Fórmula de Representação de ótimo global  $x^*$ .
2. Gera-se uma população  $S_{n+1}$ , a partir de  $S_n$ , fazendo:
  - a. *Reprodução*: determina-se o conjunto
 
$$F_n = \{y_n^i = \alpha_n^i x_n^j + \beta_n^i x_n^k + \gamma_n^i : x_n^j, x_n^k \in S_n : i = 1, \dots, NF\},$$
 onde  $\alpha_n^i, \beta_n^i, \gamma_n^i$  são valores aleatórios gerados através da distribuição uniforme sobre  $[-H, H]$  e  $j, k$  são gerados aleatoriamente;  
 $F_n$  contém  $NF = (2 * NP)$  elementos;  
 Denota-se  $B_n = S_n \cup F_n$ .  $B_n$  contém  $NB = (NP + NF)$  elementos;
  - b. *Mutação*: determina-se o conjunto
 
$$M_n = \{xp_n^i = \text{ArgMin } f(Q(x_x^j) + P_n^{j,i}) : x_x^j \in B_n : i = 0, \dots, NR; j = 1, \dots, NB\},$$
 $M_n$  tem  $NM = (2 * NB)$  elementos;  $P_n^{j,0} = 0$  e  $P_n^{j,1}, \dots, P_n^{j,NR}$  são  $NR$  valores aleatórios de  $P_n$ , onde  $P_n$  é uma perturbação aleatória que decresce de forma lenta de modo a evitar a convergência para um mínimo local e  $Q(x)$  é a fórmula de recorrência do método do gradiente;
  - c. *Seleção*: ordena-se os elementos de  $A_n = B_n \cup M_n = S_n \cup F_n \cup M_n$  em ordem crescente do valor da função. A população  $S_{n+1}$  é formada pelos primeiros  $NP$  elementos de  $A_n$ .

Para definição do método EGPA-FR uma série de procedimentos foram testados. À fase de mutação foram aplicados, além do método do gradiente adicionado de perturbações aleatórias, outros métodos de descida como o Método de Fletcher-Reeves com perturbações aleatórias e o Método de Polak-Ribière com perturbações aleatórias, que são duas derivações do método do gradiente conjugado. Além destes, foram utilizados o Método de Newton, o Método de Davidon-Fletcher-Powell (DFP) com perturbações aleatórias e o Método de Broyde-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) com perturbações aleatórias, estes dois últimos métodos quase-newtonianos. (Bez; Souza de Cursi; Gonçalves, 2005; Bez, 2005)

Testes com algumas funções que poderiam ser escolhidas como  $g$  para a Fórmula de Representação, tendo em vista sua não unicidade, também foram realizados. No desenvolvimento deste método foi necessária a implementação de uma grande quantidade de rotinas, dentre elas: rotinas para inversão de matriz Hessianas, rotina de geração de números aleatórios, rotinas para determinação do gradiente das funções testes entre outras rotinas, utilizadas na avaliação e validação do método numérico desenvolvido. (Bez; Souza de Cursi; Gonçalves, 2005; Bez, 2005)

O algoritmo descrito foi programado na Linguagem Microsoft Visual Basic 6.0, compreendendo uma série de rotinas, que permitem, neste caso específico, testar diferentes critérios de calibração utilizando matrizes OD de diversas magnitudes.

## 5. RESULTADOS E ANÁLISE DOS TESTES

Na realização dos testes, para avaliar a eficiência dos métodos numéricos na calibração do modelo de Fotheringham (1983), foi utilizado um conjunto de dados hipotéticos apresentado

por Kühlkamp (2003). Esses dados foram determinados dentro de uma área de estudo, com 30 zonas de tráfego. Kühlkamp (2003) fez uso desses dados para analisar o modelo de oportunidades intervenientes desenvolvido por Schneider (1959).

Os testes, utilizando o método EGPA-FR, foram realizados com o seguinte conjunto de parâmetros: região de busca: disco de raio = 10; Tamanho da população = 5; Números aleatórios gerados na FormR =  $N(0,1)$ ; Números aleatórios gerados na perturbação aleatória =  $N(0,1)$ ; Número de iterações na FormR = 100; Valor de lambda (parâmetro da Fórmula de Representação-FormR) = 10; Número de iterações = 50; Número de passos no processo de mutação = 1; Número de perturbações aleatórias = 5; Número de intervalos do passo ótimo = 10; Valor de  $\alpha = 0.7$ ; Valor do parâmetro  $c$  utilizado na perturbação aleatória = 0.1; método de descida: método do gradiente adicionado de Pert. Aleatórias. O critério de parada foi o número de iterações.

Para a estratégia evolucionária foi definida uma população de 100 indivíduos e  $N(0,1)$  foi utilizada na fase de mutação. Na definição destes conjuntos de parâmetros, foram realizados inúmeros testes, verificando a influência de alguns parâmetros envolvidos nos dois métodos.

Os testes realizados verificaram, entre outras coisas, o número de avaliações da função, a evolução do valor da função de acordo com o método numérico aplicado e a influência da Fórmula de Representação no desempenho do método EGPA-FR.

Nas Tabelas 1, 2 e 3 são apresentados os parâmetros estimados com o uso dos critérios considerados, utilizando os métodos descritos anteriormente. Observa-se que os valores ótimos obtidos pelos dois, apresentados na última coluna das tabelas, estão muito próximos, ou seja, as variações verificadas são muito pequenas.

**Tabela 1:** Estimativa de parâmetros com  $f_{ID}$  (equação (4))

	Parâmetros estimados c/ $f_{ID}$			
	$\beta$	$\sigma$	$\delta$	val. de $f_{ID}$
<b>Método EGPA-FR</b>	-5,45E-02	0,40	-0,12	15,57
<b>Estratégia evolucionária</b>	-5,44E-02	0,41	-0,12	15,57

**Tabela 2:** Estimativa de parâmetros com  $f_{MSSE}$  (equação (5))

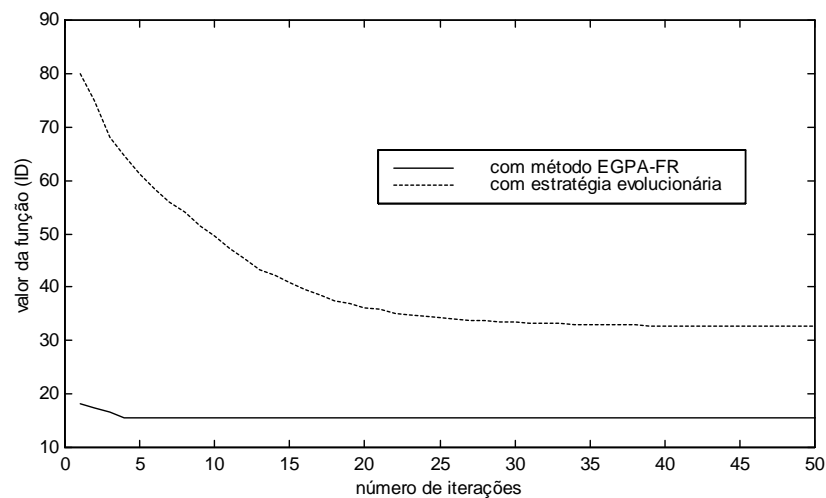
	Parâmetros estimados c/ $f_{MSSE}$			
	$\beta$	$\sigma$	$\delta$	val. de $f_{MSSE}$
<b>Método EGPA-FR</b>	-8.40E-02	0.12	-2.48	10679.30
<b>Estratégia evolucionária</b>	-0,04	0,12	-2,29	10896,86

**Tabela 3:** Estimativa de parâmetros com  $f_{NPHI}$  (equação (6))

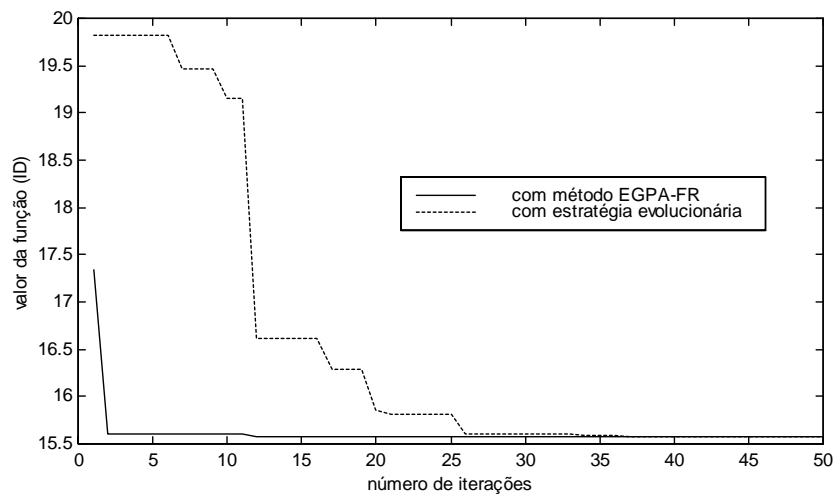
	Parâmetros estimados c/ $f_{NPHI}$			
	$\beta$	$\sigma$	$\delta$	val. de $f_{NPHI}$
<b>Método EGPA-FR</b>	-5,12E-02	0,71	-6,77E-02	0,244
<b>Estratégia evolucionária</b>	-5,23E-02	0,67	-7,03E-02	0,244

No entanto, a diferenciação mais significativa pode ser verificada nos Gráficos 1, 2, 3 e 4. Percebe-se que o método EGPA-FR apresenta uma melhor performance, tendo em vista que o valor ótimo da função é alcançado num número significativamente menor de iterações (Gráficos 2 e 4). Uma das causas para este sucesso deve-se à inserção da Fórmula de Representação na melhoria da população inicial.

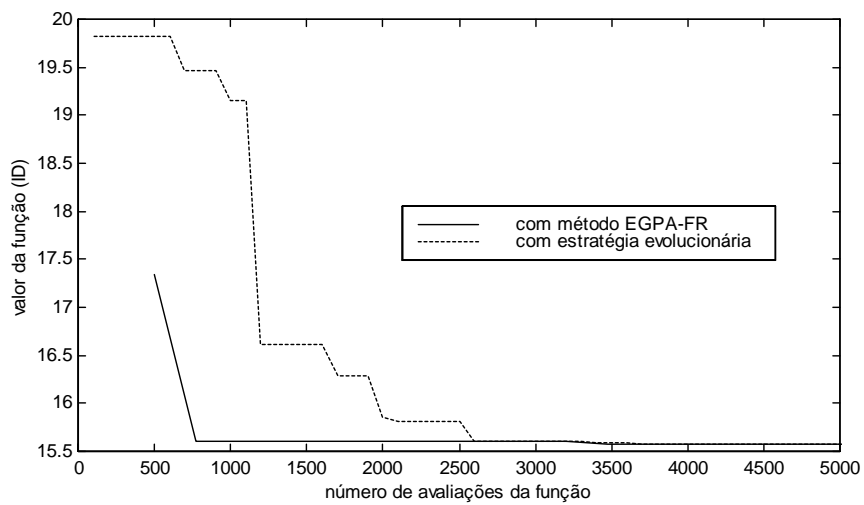
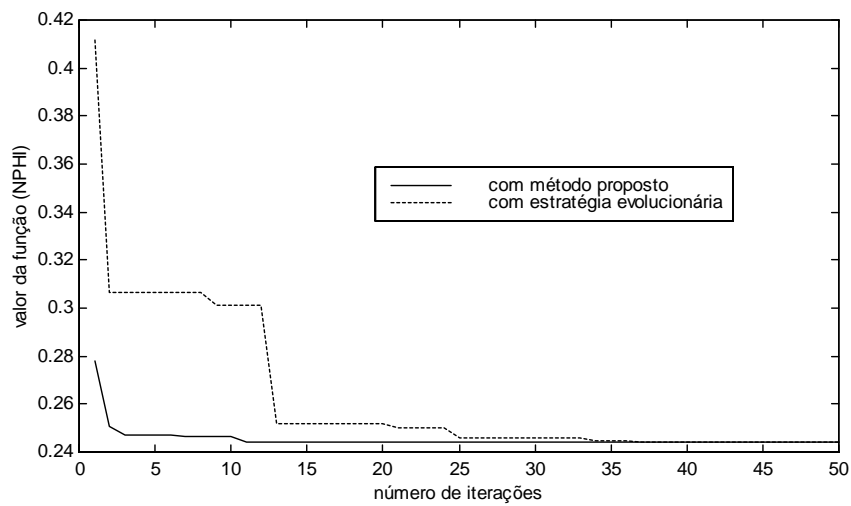
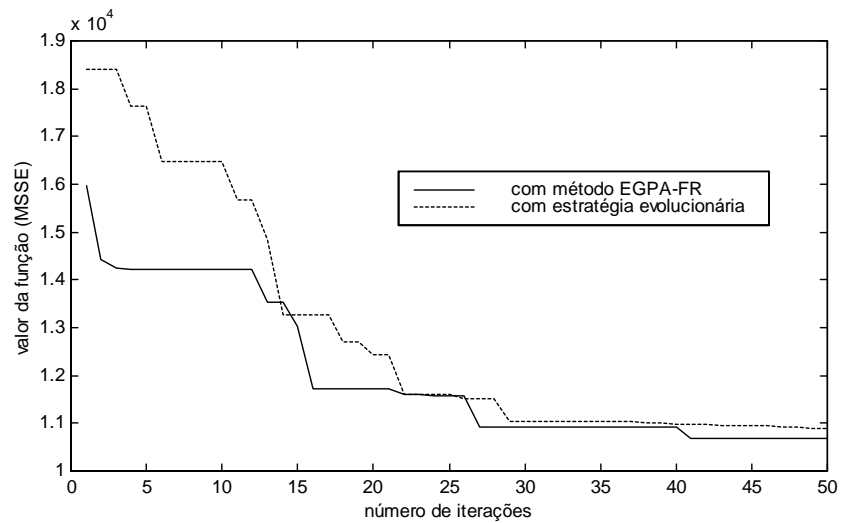
Outro fato a ser considerado é que o método EGPA-FR faz uso de uma pequena população de indivíduos. Sabe-se que uma boa população inicial, aliada à robustez do método, faz com que seja necessário um número menor de avaliações da função. A evolução do valor da função com relação ao número de avaliações da função pode ser vista nos Gráficos 5 e 6, o que confirma a performance superior do método EGPA-FR.

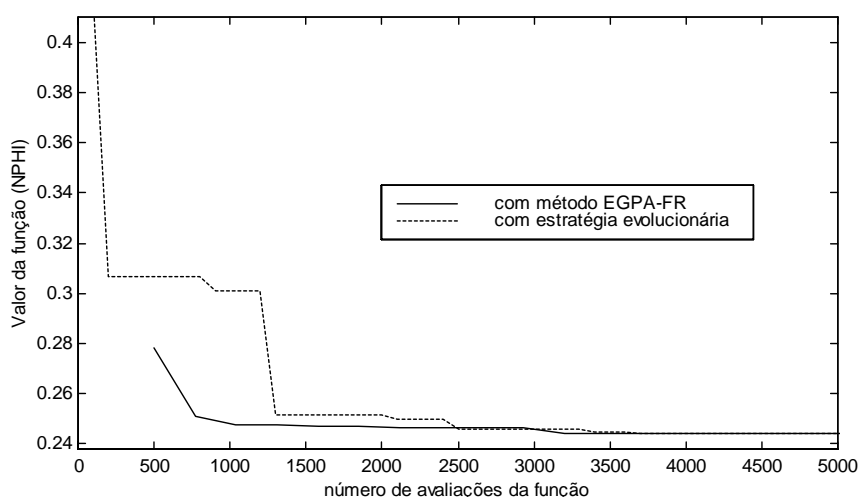


**Gráfico 1:** Média dos valores da função a cada iteração ( $f_{ID}$ )



**Gráfico 2:** Valor mínimo da função a cada iteração ( $f_{ID}$ )





**Gráfico 6:** Evolução do valor da função com relação ao número de avaliações da função ( $f_{NPHI}$ )

O bom desempenho do método EGPA-FR na calibração do modelo de destinos competitivos, apresentado neste estudo, também foi verificado em uma aplicação no modelo gravitacional de oportunidades (Bez; Gonçalves; Souza de Cursi, 2005). Esta eficiência capacita o EGPA-FR para ser utilizado na calibração de modelos de transportes que envolvam um número maior de parâmetros a serem estimados e que necessitem de procedimentos robustos em seu processo de calibração.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Independentemente da estatística utilizada como critério de calibração do modelo de Fotheringham (1983), pode-se verificar que, tanto o método EGPA-FR como a estratégia evolucionária apresentada por Diplock e Openshaw (1996), se mostraram eficientes. Quando comparado à estratégia evolucionária, o algoritmo EGPA-FR teve um melhor desempenho. O uso da Fórmula de Representação na melhoria da população inicial foi uma das causas desse sucesso.

Resultados de testes feitos em estudos anteriores, onde o EGPA-FR foi testado na calibração de um modelo gravitacional de oportunidades, para diversos conjuntos de dados (Bez, 2005; Bez; Gonçalves; Souza de Cursi, 2005), juntamente com os resultados dos testes realizados, comparando o desempenho do algoritmo EGPA-FR com uma estratégia evolucionária considerada robusta, na calibração do modelo de Fotheringham (1983), validam empiricamente o mesmo como potencial ferramenta para ser inserida em pacotes computacionais, que possam ser utilizados pelos planejadores de transporte.

Tendo a estratégia evolucionária demonstrado ser um método eficiente em otimização global, sugere-se, como continuidade do trabalho, estudos que visem combinar este método com o procedimento EGPA-FR, inserindo-o na fase de mutação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bez, E. T. *Um estudo sobre os procedimentos de calibração de alguns modelos de distribuição de viagens*. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

- Bez, E. T.; Gonçalves, M. B. (2001) Um estudo sobre os procedimentos usados para a determinação dos parâmetros de alguns modelos de distribuição de viagens. In: Congreso Latinoamericano de Transporte Público y Urbano, 11., 2001, Habana. *Memorias...* Habana: Cetra. 1 CD.
- Bez, E. T.; Gonçalves, M. B. (2002) Uma análise do comportamento de algumas medidas de ajuste usadas na determinação dos parâmetros de modelos de distribuição de viagens. *TEMA*, São Carlos, v.3, n.1, p.51-60.
- Bez, E. T. *Procedimento de representação de soluções em otimização global: aplicação em modelos de interação espacial*. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Bez, E. T.; Souza de Cursi, J. E.; Gonçalves, M. B. (2005) A Hybrid Method for Continuous Global Optimization Involving the Representation of the Solution. *6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization – WCSMO6*. Rio de Janeiro, RJ, Brazil.
- Bez, E. T.; Gonçalves, M. B.; Souza de Cursi, J. E. (2005) Calibration of a Gravity-Opportunity Model of Trip Distribution by a Hybrid Procedure of Global Optimization. *International Workshop on Global Optimization – G05*. sept. 18-22, Almeria, Spain, to appear.
- Diplock, G.; Openshaw, S. (1996) Using Simple Genetic Algorithms to Calibrate Spatial Interaction Models. *Geographical Analysis*, v. 28, n. 3, p. 262-279.
- Fotheringham, A. S. (1983) A new set of Spatial Interaction Models: The theory of competing destinations. *Environment and Planning A*, v. 15, p.15-36.
- Fotheringham, A. S. (1984) Spatial Flows and Spatial Patterns. *Environment and Planning A*, v. 16, p. 529-543.
- Fotheringham, A. S. (1985) Spatial Competition and Agglomeration in Urban Modelling. *Environment and Planning A*, v. 17, p.213-230.
- Fotheringham, A. S. (1986) Modelling Hierarchical Destination Choice. *Environment and Planning A*, v. 18, p.401-418.
- Gitlesen, J. P.; Thorsen, I.; Ubøe, J. (2004) Misspecifications due to aggregation of data in models for journeys-to-work. *Discussion Paper 13*. NHH: Department of Finance and Management Science.
- Gonçalves, M. B. *Desenvolvimento e Teste de um Novo Modelo Gravitacional – de Oportunidades de Distribuição de Viagens*. 1992. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Gonçalves, M. B.; Souza de Cursi, J. E. (1997) Métodos Robustos para a Calibração de Modelos de Interação Espacial em Transportes. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, 11. *Anais...* v. 2, p. 303-313.
- Gonçalves, M. B.; Souza de Cursi, J. E. (2001) Parameter Estimation in a Trip Distribution Model by Random Perturbation of a Descent Method. *Transportation Research*, v. 35B, p. 137-161.
- Kühlkamp, N. *Modelo de oportunidades intervenientes, de distribuição de viagens, com ponderação das posições espaciais relativas das oportunidades*. Florianópolis, 2003. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Kühlkamp, N.; Ulysséa Neto, I. (2004) *O novo método de calibração do modelo de oportunidades intervenientes de Schneider: Aplicação prática e análise comparativa com métodos tradicionais*. Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, v. 2, p. 821-831.
- NAG. (1991) The NAG Fortran Library Manual: Mark 15 (e04jaf). Oxford: The numerical algorithms Group Limited.
- Schneider, M. (1959) Gravity models and trip distribution theory. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, v. 5, p. 51-56.
- Schwefel, H. P. (1995) *Evolution and Optimization Seeking*. New York: Wiley.
- Sheppard, E. (1978) Theoretical underpinnings of the gravity hypothesis, *Geographical Analysis*. v. 10, n. 4, p. 386-402.
- Smith, D. P.; Hutchinson, R. G. (1981) Goodness of Fit Statistics for Trip Distribution Models. *Transportation Research*, v. 15A, p. 295-303.
- Souza de Cursi, J. E. (2002) *Une Formule de Représentation pour le point d'optimum global d'une fonctionnelle régulière en dimension finie*. Note de Recherche 061/02, LMR, Rouen.
- Souza de Cursi, J. E. (2003) Representation and Numerical Determination of the Global Optimizer of a Continuous Function on a Bounded Domain, *Frontiers in Global Optimization*, (C. A. Floudas and P. M. Pardalos, Eds.), Kluwer Academic Publishers.