

# UMA HEURÍSTICA DE GERAÇÃO DE COLUNAS PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA TRIPULAÇÃO DE ÔNIBUS URBANO

**Gustavo Peixoto Silva**  
**Marcone Jamilson Freitas Souza**  
**Jorge von Atzingen**  
Universidade Federal de Ouro Preto  
Departamento de Computação

## RESUMO

Este artigo aborda o problema de geração da Escala de Motoristas e Cobradores do Sistema de Transporte Público. Esse problema é conhecido na literatura como Problema de Programação da Tripulação (*Crew Scheduling Problem*), o qual consiste em determinar um conjunto de jornadas que atenda à legislação e à convenção coletiva de trabalho do setor de modo que a escala dos veículos seja cumprida com um custo mínimo. Para resolver este problema propõe-se uma nova metodologia denominada Método de Geração de Janelas de Troca, o qual visa limitar os horários em que uma tripulação pode ser rendida por outra. Para que o problema seja tratável computacionalmente e as soluções tenham utilidade do ponto de vista prático, são consideradas apenas jornadas de trabalho semelhantes àsquelas adotadas pela empresa e que atendam às leis trabalhistas do setor. O método proposto foi testado com dados reais de uma empresa de transporte coletivo que opera na cidade de Belo Horizonte.

## ABSTRACT

This paper tacks the Urban Transit Crew Scheduling, most known as the Crew Scheduling Problem. This problem aims to produce a set of workdays to the crews, so that the labor agreements are attended and the vehicle scheduling can be performed with the minimum operational cost. The new approach proposed in this paper is called Relieve Opportunity Window Generating Method that limits the time interval when the crews can be changed. Practical features from the real problem are used, in order to reduce the optimization problem size and to produce shifts as similar as possible to those adopted by the companies. The proposed methodology was tested with real world date of a mass transport company operating in Belo Horizonte city.

## 1. INTRODUÇÃO

O Problema de Programação da Tripulação de Ônibus Urbano (PPT) consiste em: dada a programação dos veículos, ou seja, o conjunto das viagens a serem realizadas por cada veículo da frota empenhada na operação, determinar o número de tripulações e as tarefas a serem executadas por cada tripulante de tal forma que a programação dos veículos seja executada e o custo com a mão de obra seja o mínimo possível. Para resolver o problema, as viagens são agrupadas em conjuntos denominados de tarefas. Cada tarefa é uma seqüência de viagens consecutivas de um veículo e que devem ser executadas por uma única tripulação, uma vez que não existe tempo suficiente para que ocorra uma troca de tripulações. Uma troca de tripulação representa a rendição de uma tripulação, composta por um motorista e um cobrador, por outra tripulação.

Um conjunto de tarefas atribuídas a uma mesma tripulação representa uma jornada de trabalho. Quando uma jornada de trabalho atende à legislação e à convenção coletiva de trabalho do setor, esta é dita uma *jornada viável*.

A programação de tripulações, tipicamente considerada em sistemas de transportes, envolve a escolha do melhor conjunto de jornadas de trabalho, selecionadas a partir de todas as possíveis jornadas existentes. A construção das jornadas de trabalho geralmente é bastante complexa, pois várias regras trabalhistas e operacionais precisam ser atendidas. A programação de tripulações é um dos problemas mais estudados na área de programação e

rodízio de pessoal. Muitos artigos tem sido publicados abordando diversas técnicas para a programação de tripulações em aviões, trens e ônibus (Ernst *et al.* 2004a, Ernst *et al.* 2004b).

A importância do PPT se deve ao fato de que uma boa parcela dos custos das empresas é composta pelo custo da mão-de-obra operacional. Uma vez que o sistema, em tese, deve ser mantido pelos seus usuários, uma redução no custo de mão-de-obra pode significar um benefício para milhares de pessoas. A definição de uma escala de tripulações econômica é um problema de otimização NP-completo e várias técnicas têm sido desenvolvidas para resolvê-lo satisfatoriamente. Pela sua importância e grau de dificuldade, este problema desperta grande interesse no meio científico.

Esse tema tem sido largamente estudado e seus resultados são geralmente aplicados nos sistemas de transporte público dos países mais desenvolvidos. A abordagem mais explorada é aquela que formula o PPT como um problema de recobrimento ou de particionamento (*set covering* ou *set partitioning model*) e utiliza a técnica de geração de colunas para resolvê-lo (Smith e Wren 1988, Desrochers e Soumis 1989, Desrochers *et al.* 1992, Fores *et al.* 1999, Barnhart *et al.* 1998, Friberg e Haase 1999). A variedade de trabalhos deriva das diferentes maneiras de gerar as colunas e diferentes metodologias para resolver o problema de otimização inteira, tais como: *branch-and-bound*, *branch-and-price* e a relaxação lagrangeana.

O trabalho de Freling *et al.* (2001) formula o PPT como um problema de recobrimento e o resolve combinando a técnica de relaxação lagrangeana com a de geração de colunas. Haase *et al.* (2001) usa uma aproximação exata para resolver o problema de programação da tripulação integrado com o problema de programação de veículos. O problema é resolvido usando o método *branch-and-bound* e o método de planos de cortes juntamente com a geração de colunas. Por outro lado, Pedrosa e Constantino (2001) apresentam um modelo de recobrimento onde a mão-de-obra é dividida em grupos usando uma lista circular e o PPT é resolvido usando uma heurística construtiva combinada com a técnica de geração de colunas. Valoux e Housos (2002) dividem a tripulação em níveis de forma a reduzir as dimensões do PPT. Estes níveis são baseados em um algoritmo de emparelhamento das trocas de tripulação. Yunes *et al.* (1999) utilizam programação inteira e geração de colunas para resolver o PPT formulado-o como um problema de particionamento.

Este trabalho é uma continuação da pesquisa de Silva *et al.* (2004), o qual parte da idéia proposta por Smith e Wren (1988) para resolver o PPT. As principais diferenças presentes neste trabalho, em relação ao anterior, são a forma como as colunas são geradas, o modo como as dimensões do problema são reduzidas e a possibilidade de existência de trocas de linhas, ou seja, que uma tripulação que opera um ônibus de uma dada linha possa trocar para uma outra linha durante a sua jornada diária de trabalho.

Em Silva *et al.* (2004) as dimensões do problema foram reduzidas utilizando o particionamento do problema em grupos contendo apenas uma linha de ônibus em cada grupo. Neste trabalho, são consideradas diversas linhas de ônibus dentro de um mesmo grupo, criando a possibilidade de uma tripulação trocar de linha durante a sua jornada diária. O presente trabalho gera apenas as jornadas de trabalho cujas das tripulações ocorrem dentro de um determinado intervalo de tempo, enquanto no trabalho anterior, eram geradas todas as jornadas de trabalho possíveis para cada linha de ônibus.

Para validar a implementação, é apresentado o estudo do caso de uma empresa que opera em Belo Horizonte. Esse estudo conta também com a participação da BHTRANS - Empresa de Transporte e Trânsito de Belo Horizonte.

Na próxima seção é apresentado o modelo de particionamento para o PPT. Na seção 3 é realizada uma descrição da metodologia proposta para reduzir a dimensão do modelo que representa o PPT como um modelo de particionamento. Os resultados do estudo de caso são apresentados na seção 4. Finalmente são apresentadas as conclusões e uma proposta de continuidade do trabalho.

## 2. O MODELO DE PARTICIONAMENTO PARA O PPT

A modelagem do PPT pode ser representada pelo modelo abaixo, onde o vetor  $C$  representa o custo,  $X$  é a variável de decisão e a matriz  $A$  representa a matriz de coeficientes.

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = 1 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{m+1,j} x_j \leq \text{max\_dupla\_pegada} \quad (3)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (4)$$

As restrições apresentadas em (2) garantem que cada tarefa seja executada uma única vez e que o número total de jornadas do tipo duplas pegadas não ultrapasse um dado valor pré-estabelecido. Uma jornada tipo dupla pegada é aquela composta por dois pedaços de jornada com um intervalo de tempo entre elas superior a duas horas. A empresa não tem o hábito de fazer muitas jornadas do tipo dupla pegada e uma solução com um excesso de duplas pegadas pode ser rejeitada, pois os tripulantes não gostam deste tipo de jornada pelo fato do intervalo de tempo entre as tarefas não ser remunerado.

O vetor de  $C$ , cujas componentes representam o custo de cada jornada, é calculado segundo a expressão (5) onde o  $total\_ociosidade_j$  representa o tempo total que a jornada  $j$  está remunerando a tripulação e esta não está executando nenhuma tarefa nem se encontra em horário de descanso/alimentação. O valor de  $total\_horas\_extra_j$  representa o tempo total de horas extras contidas na jornada  $j$ . O coeficiente  $peso\_horas\_extra$  representa o valor de cada minuto adicional de hora extra e o  $peso\_ociosidade$  representa o valor de cada minuto que a tripulação permanece ociosa. O somatório dos custos das jornadas executadas representa a função objetivo que deve ser minimizada.

$$c_j = total\_horas\_extras_j \times peso\_horas\_extras + total\_ociosidade_j \times peso\_ociosidade \quad (5)$$

## 3. A METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta neste trabalho se concentra na geração das jornadas de trabalho que compõem o modelo de particionamento. Nesse sentido, tira-se proveito das características particulares do PPT para reduzir o número de jornadas a serem consideradas no modelo. Por

outro lado, tal redução deve conter os diversos tipos de jornadas para não comprometer a qualidade da solução obtida. Os procedimentos básicos do modelo proposto são apresentados nas quatro etapas descritas a seguir.

### 3.1 Geração das Tarefas

Essa etapa tem como entrada os dados referentes às viagens diárias de cada veículo das respectivas linhas de responsabilidade da empresa. As viagens de cada veículo são agrupadas em tarefas, que são seqüências de viagens que devem ser executadas por uma única tripulação. Isso se deve ao fato de não haver, entre as viagens, condições necessárias para a realização da troca da tripulação, ou seja, o seu rendimento por uma outra tripulação. As condições necessárias para a troca de duas tripulações definem uma oportunidade de troca (*ot*), que consiste em um intervalo de tempo mínimo entre duas viagens (*tempo de troca*), o qual deve ocorrer em um local apropriado para a execução da troca (*ponto de troca*). As viagens que constituem as tarefas possuem as seguintes características:

- O tempo de terminal entre as viagens é menor que cinco minutos (parâmetro de entrada);
- O início e o final de uma tarefa ocorre necessariamente nos pontos onde existe um fiscal da empresa;
- O início da primeira tarefa diária do veículo deve ser na garagem;
- O termino da última tarefa diária do veículo deve ser na garagem.

Ao final dessa etapa todas as viagens da empresa são agrupadas em tarefas.

### 3.2 Geração das Janelas de Troca

As Janelas de Troca são geradas por um processo similar àquele descrito por Smith e Wren (1988), no qual são combinadas as tarefas a fim de se obter intervalos de tempo nos quais deverá ocorrer a troca da tripulação dos veículos de uma dada linha. Esse intervalo é definido tendo em vista o tempo médio de trabalho, no caso igual a 07:10 horas.

Para melhor entendimento do processo, considere o seguinte exemplo de seleção de um conjunto de janelas de troca: suponha que um ônibus deixe a garagem às 06:00 horas e retorne às 23:00 horas, com oportunidades de troca a cada meia hora. Suponha também que o tempo médio de trabalho seja de 07:10 horas. A partir de 06:00 acrescentamos 07:10 resultando no horário 13:10. Entretanto, visto que não existe oportunidade de troca às 13:10, é considerada a última oportunidade anterior a este horário, ou seja, às 13:00 como o término de uma janela. A partir do primeiro ponto, definido às 13:00 horas, é acrescido novamente o tempo médio de trabalho, ou seja, 07:10 horas, resultando às 20:10 horas. Como essa não é uma *ot*, recuamos até a primeira *ot* imediatamente anterior, definindo o término da segunda janela de troca. O processo se repete até o final da operação (Figura 1).

Trabalhando no sentido reverso parte-se das 23:00 horas e de modo semelhante àquele adotado no sentido direto, são produzidos os seguintes horários de início das janelas: 16:00 e 09:00 (Figura 2). Combinando os dois grupos de tempos marcados resulta nas janelas de troca 09:00-13:00 e 16:00-20:00 (Figura 3).

06:00>-----13:00>-----20:00>-----<23:00
---

**Figura 1:** Tempos que determinam o final das janelas (sentido direto)

06:00>-----<09:00-----<16:00-----<23:00

**Figura 2:** Tempos que determinam o início das janelas (sentido reverso)

06:00>-----<09:00 *janela de trocas* 13:00>-----<16:00 *janela de trocas* 20:00>-----<23:00

**Figura 3:** Conjunto de janelas de trocas

Uma vez definidas as janelas de trocas dos diversos veículos de uma dada linha, essas são combinadas para se obter as janelas de troca da linha. O procedimento tem as seguintes características:

- O início da primeira janela corresponde ao início da janela com horário mais cedo;
- O término da última janela corresponde ao término da janela com horário mais tarde;
- Adiciona-se o tempo médio de trabalho da linha ao horário de início, marcando o meio da janela seguinte;
- Subtrai-se o tempo médio de trabalho da linha ao horário de término, marcando o meio da última janela.
- As extremidades das janelas são calculadas somando-se e subtraindo-se um parâmetro de entrada, denominado fator de alargamento da janela de troca.

O resultado desta etapa é um conjunto de janelas de troca para cada linha, como o exemplo da Figura 3. A partir das janelas de troca das respectivas linhas são geradas jornadas cujas trocas de tripulação se dão sempre no interior destes intervalos de troca.

### 3.3 Geração das Tarefas Fixas e Rotativas

As janelas de troca são intervalos nos quais devem ocorrer as trocas das tripulações. Assim, as tarefas de um dado veículo são combinadas sequencialmente até atingirem um tempo mínimo de trabalho, cujo horário final esteja dentro da janela de troca. A partir desse ponto existe a possibilidade de se combinar as tarefas inteiramente contidas na janela de troca ou de se encerrar a jornada de trabalho da tripulação desse veículo.

A sequência de tarefas que parte do início da operação ou do interior de um intervalo de troca e vai até atingirem o interior da próxima janela de troca ou o final da operação, é agrupada em uma única tarefa denominada tarefa fixa. As tarefas inteiramente contidas no interior de uma janela de troca são denominadas tarefas rotativas.

Como resultado, esta etapa define as tarefas fixas e rotativas de cada veículos da frota, que combinadas dão origem às diferentes jornadas de trabalho.

### 3.4 Geração das Jornadas de Trabalho

Na última etapa são geradas todas as possíveis jornadas de trabalho em relação aos veículos da empresa. Uma jornada de trabalho será composta por uma tarefa fixa sozinho ou uma fixa com uma ou mais tarefas rotativas. Todas as possíveis combinações são geradas, entretanto apenas as jornadas que satisfazem as restrições legais são incluídas no modelo. A jornada composta por duas tarefas fixas será denominada uma jornada do tipo dupla pegada.

Cada jornada está associada a uma coluna da matriz de restrições e a um coeficiente de custo na função objetivo do modelo de otimização.

**Tabela 1:** Exemplo de uma Matriz gerada pelo programa Geratarefa.

Jornadas	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10	J11	J12
Fixo 0101	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
Rotativo 0101	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
Rotativo 0201	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Fixo 0201	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Fixo 0102	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
Rotativo 0102	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
Fixo 0202	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0

Na Tabela 1 é apresentado um exemplo de uma matriz gerada segundo a metodologia proposta. As linhas correspondem às tarefas do tipo fixo e rotativo. Assim, Fixo 0101 corresponde à primeira tarefa fixa do veículo 1, enquanto Rotativo 0201 é a segunda tarefa rotativa do veículo 1.

Os tipos de jornadas possíveis são:

- Fixa sozinha: ocorre quando a tripulação executa somente as tarefas contidas em um único fixo. Este tipo de jornada ocorre em J1, J2 e J3.
- Fixa com Rotativa: é composta de uma ou mais rotativas e de uma fixa do mesmo veículo. Este tipo de combinação ocorre nas jornadas J4, J5, J6, J7 e J8.
- Fixa com Rotativa de outro veículo: é caracterizada pela combinação de uma fixa de um veículo com uma ou mais rotativas de outro veículo. A fixa e a rotativa não precisam ser necessariamente da mesma linha. Neste tipo de jornada ocorre o que se denomina de troca de veículo, podendo também ocorrer a troca de linha. Como exemplo podemos citar as jornadas J9 e J10.
- Duas Fixas de veículos diferentes: ocorre quando as tarefas fixas estão separadas por um intervalo maior ou igual a duas horas. Essa é uma dupla pegada, na qual pode ou não ocorrer troca de linha. Este tipo de jornada pode ser observado em J11.
- Duas Fixas do mesmo veículo: é a combinação de duas fixas do mesmo veículo com um intervalo intermediário de pelo menos duas horas. Esta é uma jornada do tipo dupla pegada e pode ser observada na coluna J12.

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS

Para validar a metodologia proposta, foram utilizados os dados reais de uma empresa que opera na cidade de Belo Horizonte. O cálculo da função de custo dada pela expressão (5) foi realizado utilizando-se os seguintes valores para os coeficientes: *peso\_ociosidade* = 40 e *peso\_hora\_extra* = 50. Tais coeficientes foram definidos a partir de testes empíricos nos quais os valores pertencem ao intervalo (0, 100]. O fato do coeficiente das horas extras ser superior ao coeficiente da ociosidade se justifica uma vez que a hora extra tem um custo 50% maior do que a hora ociosa. Por outro lado, a minimização do número de tripulações leva à redução das horas ociosas. Os problemas associados aos testes foram resolvidos utilizando o pacote de otimização LINGO versão 7.0, em um microcomputador Athlon 2.0 GHz e 778 MB de RAM. Os testes foram realizados em duas etapas apresentadas a seguir.

##### 4.1 Teste com apenas uma linha da empresa

Na primeira etapa foram considerados apenas os dados de uma linha que conta com uma frota de 16 veículos em operação. Segundo a solução adotada pela empresa são necessárias 36 tripulações e um total de 22:16 horas extras para operá-la, conforme consta na Tabela 2.

Para essa linha foram realizados dois testes que diferem quanto ao número de trocas de veículos. A troca poderia ocorrer tanto entre veículos de uma mesma linha (teste 1 da Tabela 2), quanto entre veículos pertencentes a linhas distintas, porém com características semelhantes (teste 2 da Tabela 2). A dimensão da matriz de restrições dos problemas associados aos dois testes é de 68 linhas e 609 colunas. Os dois problemas foram resolvidos em um tempo de processamento inferior a um minuto.

No primeiro teste não existe limitação para o número de troca de veículos, enquanto no segundo teste o número de trocas foi limitado ao máximo de 8.

**Tabela 2:** Resultados considerando uma única linha da empresa.

Características da solução	Teste 1	Teste 2	Solução da Empresa
Horas Extras (hh:mm)	13:05	16:19	22:16
Nº de Trocas de Veículos	14	8	0
Duplas Pegadas	4	4	0
Nº de Tripulações	36	36	36

Pode-se observar que embora não tenha sido possível reduzir o número de tripulações, as soluções obtidas no Teste 1 e no Teste 2 apresentam uma diminuição significativa no número de horas extras. No Teste 1 houve uma redução de 09:09 horas extras, tendo em contra-partida a realização de 14 trocas de veículos. Mesmo com a limitação no número de trocas de veículos, o Teste 2 mostra uma solução que reduz em 05:57 o total de horas extra em relação à solução da empresa. Esta redução se mostra significativa pois é diária e de apenas uma linha da empresa, que representa aproximadamente 12% da frota total em operação.

Apesar do resultado obtido no Teste 1 apresentar a menor quantidade de horas extras na escala final, em relação ao resultado obtido no Teste 2, as empresas normalmente preferem as soluções cujas características operacionais estão mais próximas das soluções em operação. Isso sugere que as mudanças nas características operacionais devam ser mínimas, levando a um problema de otimização com objetivos conflitantes.

#### 4.2 Teste considerando todas as linhas da empresa

Na segunda etapa foram consideradas todas as linhas sob responsabilidade da empresa. Nesse caso as linhas foram divididas em quatro grupos, de acordo com a semelhança operacional encontrada entre elas. Desta forma, uma tripulação que inicia uma jornada em uma linha pode, durante a operação, trocar para outro veículo de qualquer linha dentro do mesmo grupo. Isso determina um problema de particionamento para cada grupo de linhas. Essa característica do problema foi utilizada para reduzir o tamanho da matriz e conseqüentemente o tempo computacional.

A Tabela 3 contém as dimensões dos problemas associados a cada grupo de linhas. Na última coluna (Total) são apresentadas as dimensões do problema considerando todas as linhas em um único grupo. É fácil verificar a redução na magnitude do problema, quando as linhas são agrupadas, uma vez que a soma das dimensões dos problemas de cada grupo é menor do que as dimensões do problema completo.

**Tabela 3:** Dimensões dos problemas parciais (Grupos) e o problema único (Total).

	Grupo 01	Grupo 02	Grupo 03	Grupo 04	Total
Nº de Linhas da Matriz	45	149	189	136	598
Nº de Colunas da Matriz	207	2.047	3.534	2.251	29.338

Foram realizados dois testes com todas as linhas da empresa. No primeiro teste não houve limitação quanto ao número de trocas de veículos e trocas de linhas, enquanto que no segundo teste o número de trocas de veículos foi limitado a 15 e o número de troca de linhas foi limitado a 10. Após resolver separadamente o problema de cada grupo utilizando o pacote LINGO, os parâmetros das soluções ótimas foram somados e são apresentados na Tabela 4.

Considerando o problema completo que envolve 11 linhas e 129 veículos, a empresa adota uma solução que conta com 209 tripulações, 20 duplas pegadas e nenhuma troca de veículo ou de linha.

**Tabela 4:** Resultados considerando todas as linhas da empresa.

Características da solução	Teste 1	Teste 2	Solução da Empresa
Horas Extras (hh:mm)	123:20	145:40	147:12
Nº de Trocas de Veículos	48	15	00
Nº de Trocas de Linhas	22	08	00
Duplas Pegadas	24	22	20
Nº de Tripulações	183	206	209
Tempo de processo (segundos)	245	331	-----

A solução encontrada no teste 1 da Tabela 4 possibilita uma redução de 12,44% no número de tripulações e de 16,21% no total de horas extra, em relação à solução adotada pela empresa. Tal redução se deve, em parte pela flexibilização na operação uma vez que são realizadas 48 trocas de veículos, das quais 22 são de veículos de linhas distintas. No entanto, esta flexibilização não é bem aceita pela empresa uma vez que um grande número de tripulações operando um mesmo veículo pode levar a um desgaste maior deste. Por outro lado, é mais fácil para a empresa detectar os responsáveis por eventuais danos ocorridos em um veículo quando o número de motoristas deste veículo é reduzido.

O teste 2 apresentado na Tabela 4, apesar de apresentar uma solução com um custo operacional mais elevado que a solução do teste 1, é uma solução boa do ponto de vista da empresa. O teste 2 apresenta apenas 15 trocas de veículos, das quais apenas 8 são entre veículos de linhas distintas. Esta solução apresenta uma redução de 1,04% no número de horas extras e de 1,43% no número de tripulações. Em relação ao número de duplas pegadas, elas foram mantidas no mesmo nível conforme a operação da empresa.

Os resultados obtidos por Silva *et al.* (2004), se referem a solução ótima pra cada linha da empresa. Os resultados obtidos neste trabalho são melhores que os obtidos no trabalho anterior, pois possuem um tempo computacional reduzido para a resolução do problema e conseguem apresentar uma solução para o problema completo, isto é, com todas as linhas de ônibus operadas pela empresa.

## 5. CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DA PESQUISA

A metodologia proposta se mostra capaz de reduzir as dimensões do problema sem comprometer a representatividade de situações reais. Os resultados alcançados demonstram



que o modelo encontrou soluções que satisfazem as restrições legais e operacionais, permitindo a redução dos custos com as escalas dos motoristas e cobradores do sistema de transporte público.

O fato de resolver um problema real sem comprometer o seu tempo de processamento, se deve à aplicação da metodologia proposta e à análise das peculiaridades do problema. Tirando proveito de suas características intrínsecas torna-se possível a abordagem do PPT através do modelo de particionamento associado às janelas de troca. São duas as estratégias que permitiram a redução das dimensões do problema: i) a criação das janelas de trocas associadas à definição das tarefas fixas e rotativas e ii) o agrupamento das linhas da empresa segundo suas similaridades, dividindo o problema em uma série de problemas menores e independentes.

Neste estudo de caso, foi constatado que o setor aceita poucas alterações na rotina diária de seu processo operacional, apesar de ter sido demonstradas possibilidades de redução dos custos. Assim, se faz necessário realizar um programa de esclarecimento e conscientização para que sejam adotadas novas forma operacionais nas empresas com a finalidade de reduzir os seus custos com a mão de obra e em última análise, do sistema como um todo.

A continuidade da pesquisa se dará com a implementação de uma técnica de otimização visando realizar a programação da escala de veículos e da escala de tripulantes simultaneamente. Este problema é conhecido na literatura como Problema de Programação Integrado da Escala de Veículos e Tripulantes (*Integrated Vehicle and Crew Scheduling Problem*).

#### **Agradecimentos**

Os autores agradecem a FAPEMIG/UFOP pelo apoio dado ao desenvolvimento deste trabalho, bem como à Borland Latin America pela concessão de uma licença de uso do software C++ Builder 6.0.

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Barnhart, C.; E. L. Johnson; G. L. Nemhauser; M. P. Savelsbergh e P. H. Vance (1998) Branch-and-price: column generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, v.46, p.316-329.
- Desrochers, M. e F. Soumis (1989) A Column Generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, v. 23, p. 1-13.
- Desrochers, M; J. Gilbert; M. Sauve e F. Soumis (1992) CREW-OPT: Subproblem modeling in a column generation approach to urban crew scheduling. *Computer-Aided Transit Scheduling*, Springer, Berlin, p.395-406.
- Ernst, A. T.; H. Jiang; M. Krishnamoorthy, B. Owens e D. Sier (2004a) An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. *Annals of Operations Research*, v. 127, p. 21-144.
- Ernst, A. T.; H. Jiang; M. Krishnamoorthy e D. Sier (2004b) Staff scheduling and rostering: A review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, v. 153, p. 3-27.
- Fores, S.; L. Proll e A. Wren (1999) An Improved ILP System For Driver Scheduling. *Computer-Aided Transit Scheduling*, Wilson, N. H. M. (ed.), Springer, Berlin , p. 43-61.
- Freling, R.; D. Huisman, e A. Wagelmans (2001) Applying an Integrated Approach to Vehicle and Crew Scheduling in Practice. S. Voss e J. Daduna (eds.), *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 505, pp. 73–90. Springer.
- Friberg, C. e K. Haase (1999) An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling problem. *Computer-Aided Transit Scheduling*, Wilson, N. H. M. (ed.), Springer, Berlin, p. 63-80.
- Haase, K.; G. Desaulniers, e J. Desrosiers (2001) Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling in Urban Mass Transit Systems. *Transportation Science* 35(3), 286–303.
- Pedrosa, D. e M. Constantino (2001) Days-off Scheduling in Public Transport Companies. S. Voss e J. Daduna (eds.), *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 505, pp. 215–232. Springer.

- Silva, G. P.; M. J. F. Souza e J. Atzingen (2004) Um método exato para otimizar a escala de motoristas e cobradores do sistema de transporte público. *Anais do XVIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes*, ANPET, Florianópolis, v. 3, p. 340–346. Florianópolis.
- Smith, B. M. e A. Wren (1988) A Bus Crew Scheduling System Using a Set Covering Formulation. *Transportation Research*, v. 22A, p.97-108.
- Valouxis, C. e E. Housos. (2002). Combined Bus and Driver Scheduling. *Computers and Operations Research* 29(3), 243–259.
- Yunes, T., A. Moura, and C. de Souza. (1999). Solving Large Scale Crew Scheduling Problems with Constraint Programming and Integer Programming. *Technical Report*, University of Campinas.