

SBAND: IMPLEMENTAÇÃO EM PLANILHA ELETRÔNICA DE UM MÉTODO PARA MAXIMIZAÇÃO DA BANDA VERDE EM VIAS SEMAFORIZADAS

Cristiane Biazzone Dutra

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos

Sergio Henrique Demarchi

Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Engenharia Civil

RESUMO

Esta comunicação técnica descreve a implementação em planilha do Excel de um método para coordenação semafórica baseado num algoritmo de maximização da banda verde, denominado SBAND. Rotinas em Visual Basic são utilizadas para automatizar completamente o cálculo das larguras de banda para diferentes pares de semáforos e determinar o melhor esquema de coordenação buscando a solução ótima dentre todas as soluções possíveis. Além disso, é possível encontrar a solução ótima em um menor número de iterações, utilizando apenas fórmulas do Excel e os valores de banda calculados previamente, utilizando um procedimento do tipo “search-and-bound”. Mesmo que o procedimento não possa, no estágio atual de desenvolvimento, ser utilizado para coordenar semáforos com mais de duas fases, otimizar sequência de fases e definir bandas de largura variável, ele representa o ponto de partida para o desenvolvimento de uma rotina mais sofisticada que seja comparável aos programas de coordenação existentes no exterior.

ABSTRACT

This paper describes the development of SBAND, an Excel-based procedure created to synchronize traffic signals by maximizing system bandwidth. Routines in Visual Basic are used to automatically calculate bandwidths for any pair of traffic signals and to determine the best synchronization scheme from the set of all possible solutions. Moreover, it is possible to find the optimal solution with a fewer number of iterations, using only Excel formulas and bandwidths values previously computed, using a search-and-bound procedure. Despite the limitations of the current version, the procedure may be improved in the future so that it can be able to synchronize traffic signals with more than two phases, to optimize phase sequence and to produce multiband schemes, similar to the traffic signal synchronization programs which are available abroad.

1. INTRODUÇÃO

Uma das questões relacionadas à operação de vias de pista dupla ou simples semaforizadas é a manutenção da qualidade operacional em níveis adequados. Um dos fatores que influem de maneira significativa no nível de serviço da via é a existência ou não de uma estratégia de coordenação semafórica.

A literatura mostra que, de uma forma geral, existem três tipos de métodos empregados para definir a melhor estratégia de coordenação semafórica, que buscam 1) maximizar a largura da banda verde, 2) minimizar atrasos e paradas, ou então 3) procuram satisfazer ambos os critérios definidos para os outros dois métodos. Dentre os métodos mencionados, os métodos de maximização da banda verde são os que existem há mais tempo e são mais largamente utilizados, especialmente na forma de diagramas espaço-tempo em que a solução é obtida por tentativa e erro. Uma evolução dos métodos gráficos é a utilização de programação inteira ou mista para definir o conjunto de defasagens ótimas e a largura máxima da banda verde.

Considerando, porém, que em problemas de programação inteira ou mista a busca pela solução ótima deve ser feita de maneira iterativa, torna-se impraticável coordenar manualmente uma rede semafórica contendo um número relativamente grande de semáforos. Como alterna-

tiva, é desejável utilizar aplicativos existentes no mercado ou, na falta desses programas, desenvolver uma rotina computacional que solucione esse tipo de problema.

Dessa maneira, o objetivo deste trabalho é apresentar detalhes sobre o desenvolvimento de SBAND, que consiste na implementação de um método de maximização da banda verde em uma planilha eletrônica do Excel. O trabalho está dividido em 4 itens, contando com esta introdução. No item 2, são apresentados detalhes sobre o método de coordenação a ser implementado. No item 3 é feita a descrição da implementação do método em planilha do Excel e são apresentados resultados da aplicação do método para um exemplo de rede composta por 10 semáforos. No item 4 são feitas as considerações finais sobre o trabalho.

2. O MÉTODO DE MAXIMIZAÇÃO DE BANDA VERDE

O método de maximização de banda verde implementado foi desenvolvido por Demarchi e Dutra (2004), tomando como base o método de Morgan e Little (1964), mas com uma diferença básica: no método de Morgan e Little, a banda é calculada em função de suas trajetórias frontal e traseira, enquanto que no método proposto a largura da banda é obtida a partir do uso de diagramas de banda, cuja vantagem é permitir uma visualização mais simples e imediata de como a largura da banda varia em função da defasagem.

Nos próximos itens são descritas as etapas de aplicação do método para vias cujas interseções são controladas por semáforos de 2 fases. No item 2.1 são descritas as variáveis utilizadas no modelo e, no item 2.2, são apresentadas algumas propriedades dos diagramas de banda úteis para o desenvolvimento de rotinas computacionais que encontram a largura da banda ótima.

2.1. Definições Básicas

A Figura 1 ilustra o diagrama espaço-tempo para um segmento entre duas interseções semaforizadas, identificando as variáveis necessárias para execução do método de coordenação semaforica. A definição das variáveis é feita a seguir:

- c : duração do ciclo [s];
- r_i, r_j : duração dos vermelhos dos semáforos i e j para a via analisada [s];
- v_{ij}, v_{ji} : velocidades médias de percurso entre semáforos $i-j$ e $j-i$ [km/h];
- b_{ij}, b_{ji} : largura das bandas verdes nos sentidos $i-j$ e $j-i$ [s];
- t_{ij}, t_{ji} : tempos de viagem nos segmentos $i-j$ e $j-i$ [s]; e
- θ_{ij}, θ_{ji} : defasagens entre semáforos nos sentidos $i-j$ e $j-i$ [s].

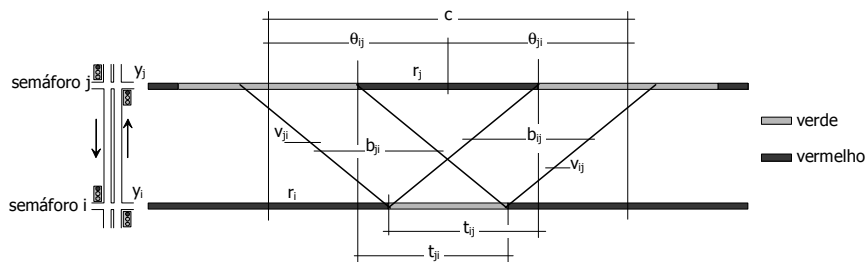


Figura 1: Variáveis do método de maximização da banda verde

2.2. Diagramas de Banda

Os diagramas de banda (Figura 2) representam a variação da largura das bandas b_{ij} e b_{ji} , nos

sentidos de tráfego $i-j$ e $j-i$, respectivamente, em função da defasagem θ_{ij} , observando que $\theta_{ji} = c - \theta_{ij}$. Como mostra a Figura 2, as larguras máxima e mínima da banda e respectivas defasagens podem ser definidas através de relações algébricas simples entre c , r_i , r_j , t_{ij} e t_{ji} . Outro detalhe é que a maior largura de banda verde, cujo valor é igual para as direções $i-j$ e $j-i$, ocorre para pelo menos uma das defasagens correspondentes aos pontos de cruzamento dos diagramas b_{ij} e b_{ji} . De uma forma geral, tais defasagens são definidas através da expressão:

$$\theta_{ij} = \left(\pi_{ij} \cdot \frac{c}{2} + \frac{t_{ij} - t_{ji}}{2} \right) \bmod(c), \quad \pi_{ij} = \{0, 1\} \quad (1)$$

Para determinar as larguras de banda para as defasagens calculadas pela expressão (1), são necessárias as seguintes etapas:

- construir os diagramas de banda b_{ij} e b_{ji} ;
- identificar os intervalos em que as defasagens $\theta_{ij}(0)$ e $\theta_{ij}(1)$ mostradas na Figura 2 ocorrem;
- A partir da interpolação linear entre os valores extremos do intervalo considerado, calcular os respectivos valores de banda para as defasagens $\theta_{ij}(0)$ e $\theta_{ij}(1)$.

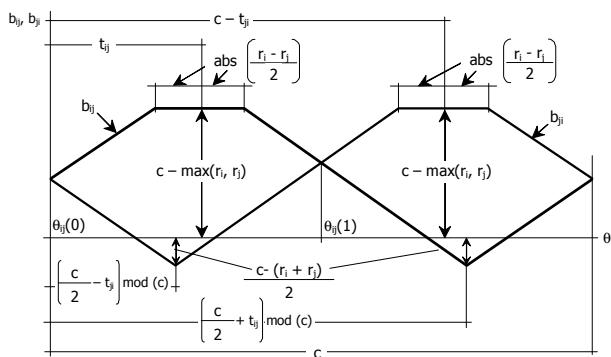


Figura 2: Diagrama de bandas para os sentidos $i-j$ e $j-i$

O procedimento descrito, no entanto, não é o mais simples de ser implementado em uma rotina computacional, considerando as inúmeras configurações de diagramas que podem ser obtidos em função da variação dos valores de c , r_i , r_j , t_{ij} e t_{ji} . É mais simples determinar bandas iguais para os sentidos $i-j$ e $j-i$ diretamente a partir de um diagrama padrão, conforme descrito no item 2.2.2. Antes disso, porém, o conceito de diagrama padrão é apresentado no item 2.2.1.

2.2.1. Definição dos Diagramas de Banda a Partir de um Diagrama Padrão

O diagrama padrão é aquele em que o tempo de viagem t_{ij} ou t_{ji} é igual a $\frac{c}{2}$, conforme mostrado na Figura 3a. Para esse diagrama, a largura máxima de banda ocorre para $\theta_{ij} = \frac{c}{2}$ e existem dois pontos de mínimo (que na verdade são um só num sistema cíclico) para as defasagens $\theta_{ij} = 0$ e $\theta_{ij} = c$. Os diagramas de banda específicos para quaisquer valores t_{ij} e t_{ji} podem ser obtidos a partir do diagrama padrão através do seguinte procedimento:

- Elabora-se um diagrama padrão com ordenadas e abscissas mostradas na Figura 3a;
- O diagrama padrão deve ser deslocado horizontalmente no sentido do eixo das defasagens

(Figura 3b), de tal forma que a defasagem referente à banda máxima (ou o ponto médio do patamar de banda máxima) coincida com $\theta_{ij} = t_{ij}$ (no caso do sentido $i \rightarrow j$) ou então com $\theta_{ij} = c - t_{ji}$ (no caso do sentido $j \rightarrow i$);

- c) A porção do diagrama da banda b_{ij} que ficar à esquerda do ponto $\theta_{ij} = 0$ (ou à direita do ponto $\theta_{ij} = c$) deve ser deslocada para a direita (ou esquerda), completando o diagrama, conforme mostrado na Figura 3c. O mesmo procedimento é adotado para a banda b_{ji} .

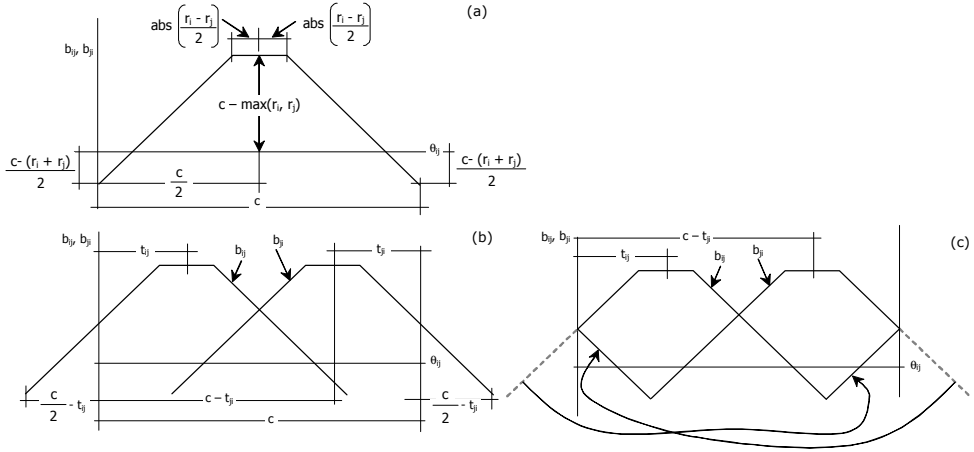


Figura 3: Obtenção dos diagramas de banda a partir do diagrama padrão

2.2.2. Definição de Defasagens Ótimas a Partir do Diagrama Padrão

Conforme demonstrado no item 2.2.1, os diagramas de banda podem ser obtidos a partir da simples translação do diagrama padrão no sentido horizontal. Esta propriedade é útil na medida em que as defasagens determinadas através da equação (1) podem ser transformadas em defasagens θ_{ij}^p do diagrama padrão, utilizando para isso a expressão:

$$\theta_{ij}^p(\pi_{ij}) = \left(\theta_{ij}(\pi_{ij}) + \frac{c}{2} - t_{ij} \right) \bmod(c) \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2), é obtida

$$\theta_{ij}^p(\pi_{ij}) = \left(\frac{c}{2} + \pi_{ij} \cdot \frac{c}{2} - \frac{t_{ij} + t_{ji}}{2} \right) \bmod(c), \pi_{ij} = \{0, 1\} \quad (3)$$

Dessa forma, utilizando o único diagrama padrão, as larguras de banda $b_{ij}(0)$ e $b_{ij}(1)$ são determinadas através de interpolação linear para os valores de $\theta_{ij}^p(0)$ e $\theta_{ij}^p(1)$.

3. DESENVOLVIMENTO E APLICAÇÃO DE SBAND

A implementação do método de maximização da banda verde foi feita em uma planilha eletrônica do Excel, através de um conjunto de fórmulas do próprio programa e rotinas em Visual Basic, que recebeu o nome de SBAND. A escolha desta linguagem deve-se ao fato que o Visual Basic é a linguagem de programação padrão orientada aos objetos do Excel, tais como células, intervalos e gráficos. Além do mais, é a linguagem de programação que o primeiro autor deste trabalho melhor conhece e vem utilizando para programação nos últimos 7 anos.

O procedimento é ilustrado na Figura 4 e descrito a seguir. Inicialmente, é feito o cálculo das

larguras de banda para as defasagens definidas pela expressão (3), para todos os pares de semáforos da via (item 3.1). Em seguida, são testadas combinações de π_{ij} de forma a obter a maior largura de banda para o conjunto de semáforos (item 3.2). Caso desejado, a largura de banda em um dos sentidos pode ser posteriormente alterada (item 3.3) e, finalmente, é elaborado o diagrama espaço-tempo para o esquema de coordenação obtido (item 3.4).

Para ilustrar a aplicação do método, foi utilizado como exemplo uma rede composta por 10 semáforos de duas fases cada, com tempo de ciclo igual a 65 s e velocidade de progressão de 54,9 km/h para ambos os sentidos de tráfego. Os tempos de vermelho dos semáforos são mostrados na Tabela 1, juntamente com as distâncias entre interseções semaforizadas.

Tabela 1: Parâmetros de programação semaforica da rede exemplo
(valores obtidos de Morgan e Little, 1964)

Semáforo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tempo de vermelho (s)	30,5	26,0	26,0	30,5	31,0	27,0	26,0	26,0	26,0	27,0
Distância entre interseções (m)	168	213	335	213	244	198	122	213	137	

3.1. Cálculo das Larguras de Banda para Pares de Semáforos

A primeira etapa consiste no cálculo das larguras de banda para todos os pares de semáforos i, j , sendo $1 \leq i < n, j > i$. As bandas de cada par de semáforos são calculadas para dois valores de defasagem e colocados no formato de matrizes em que só as células das diagonais superiores são preenchidas. Assim, na matriz (a) da Figura 4 são colocados os valores de b_{ij} calculados para $\pi_{ij} = 0$ e, na matriz (b) da mesma Figura, as larguras de banda para $\pi_{ij} = 1$. Como é necessário calcular $n^2 - n$ valores de banda para n semáforos, este procedimento é totalmente executado por rotinas implementadas em Visual Basic, que lêem os dados de entrada, calculam as larguras de banda através de interpolação linear no diagrama padrão (conforme descrito no item 2.2.2) e imprimem os resultados na planilha.

3.2. Determinação da Banda Máxima para todo o Sistema

Para determinar a banda verde máxima para n semáforos, é necessário determinar as defasagens entre o semáforo mestre (por exemplo, 1) e os semáforos restantes da rede, encontrando qual a combinação de $\pi_{1j} = 0$ ou $\pi_{1j} = 1$ ($1 < j < n$) que maximiza a banda verde global:

$$b = \max \min b_{ij}(\pi_{ij}) \quad (4)$$

Para isso, utiliza-se a matriz (c), mostrada na Figura 4, na qual a primeira linha é preenchida com valores de $\pi_{1j} = 0, \forall j$, como solução inicial do problema. Nas outras linhas dessa matriz são colocadas fórmulas para cálculo das posições relativas π_{jk} para quaisquer outros pares de semáforos j, k , tomando como base a seguinte expressão:

$$\pi_{jk} = \begin{cases} \pi_{ij} + \pi_{ik}, & \pi_{ij} + \pi_{ik} < 2 \\ 0, & \pi_{ij} + \pi_{ik} = 2 \end{cases} \quad (5)$$

sendo $1 \leq i < n - 2, i < j \leq n - 1$ e $j < k \leq n$. Dessa maneira, qualquer alteração nos valores de π_{1j} na primeira linha da matriz altera os valores das outras células automaticamente. A etapa seguinte consiste na criação da matriz (d), contendo larguras de banda que podem ser alteradas automaticamente em função da modificação dos respectivos valores de π_{ij} na matriz (c). Isso é possível graças ao uso da função “DESLOC” do Excel, que permite referenciar células deslocadas de um certo número de linhas ou colunas uma da outra. Por exemplo, supondo que a

banda b_{12} na matriz (a) esteja na célula K3 do Excel, que a banda b_{12} da matriz (b) esteja na célula W3, e que π_{12} esteja na célula K16, a fórmula

$$= \text{DESLOC}(K3;0; K16*12) \quad (6)$$

faz com que o valor de b_{12} mostrado na matriz (d) seja igual ao valor da célula K3 se $\pi_{12} = 0$ ou então igual ao valor da célula W3 se $\pi_{12} = 1$. Na fórmula, K3 é a célula de referência e o número 12 serve para indicar o número de colunas que W3 está à direita de K3. Neste caso, como as matrizes (a) e (b) estão posicionadas lado a lado, o deslocamento do número de linhas é nulo, indicado pelo “0” na equação (6). Por outro lado, SBAND cria a matriz (b) abaixo da matriz (a), de forma que a equação (6) deve possuir um deslocamento no número de linhas e nenhum deslocamento no número de colunas.

(a) largura de banda ($\pi_{ij} = 0$)						(b) largura de banda ($\pi_{ij} = 1$)					
π_{ij}	0	0	...	0	0	π_{ij}	0	1	...	1	1
$i \setminus j$	1	2	...	n-1	n	$i \setminus j$	1	2	...	n-1	n
1	-	b_{12}	...	$b_{1\ n-1}$	b_{1n}	1	-	b_{12}	...	$b_{1\ n-1}$	b_{1n}
2		-	b_{12}	$b_{2\ n-1}$	b_{2n}	2		-	b_{12}	$b_{2\ n-1}$	b_{2n}
\vdots			-	\vdots			-
n-1				$b_{n-1\ n-1}$	$b_{n-1\ n}$	n-1				$b_{n-1\ n-1}$	$b_{n-1\ n}$
n					-	n					-

(c) valores de π_{ij}						(d) largura de banda (solução)					
$i \setminus j$	1	2	...	n-1	n	π_{ij}	$\pi_{11}=0$	π_{12}	...	$\pi_{1\ n-1}$	π_{1n}
1	-	π_{12}	...	$\pi_{1\ n-1}$	π_{1n}	$i \setminus j$	1	2	...	n-1	n
2		-	π_{12}	$\pi_{2\ n-1}$	π_{2n}	1	-	b_{12}	...	$b_{1\ n-1}$	b_{1n}
\vdots			-	2		-	b_{12}	$b_{2\ n-1}$	b_{2n}
n-1				$\pi_{n-1\ n-1}$	$\pi_{n-1\ n}$	\vdots			-
n					-	n-1				$b_{n-1\ n-1}$	$b_{n-1\ n}$
						n					-

(e): banda máxima $b = \min(b_{ij})$

Figura 4: Montagem da planilha para determinação da banda máxima global

A próxima etapa consiste em determinar o mínimo dos valores da matriz (d), o que é feito através da função “MÍNIMO” do Excel, colocada em uma célula logo abaixo da matriz (d) – ver o item (e) da Figura 4. Para facilitar a execução destas etapas, uma rotina em Visual Basic coloca na planilha as fórmulas da matriz (c) e a fórmula para cálculo da banda máxima em (e).

Terminada a fase de montagem da planilha, inicia-se a etapa de busca da solução que maximiza o valor da célula (e), ou seja, a largura da banda verde para todo o sistema. Esta etapa pode ser executada de duas formas distintas. Na primeira delas, uma rotina em Visual Basic testa sistematicamente $2^{(n-1)}$ combinações de valores de π_{ij} na primeira linha da matriz (c) e identifica a combinação que produz a maior largura de banda para todo o sistema. Em um computador com processador Pentium 4 2.8 Ghz e 512 Mb de RAM, a solução ótima para uma rede composta por 10 semáforos é encontrada em pouco mais de 7 s, incluindo a etapa de cálculo das larguras de banda. No entanto, utilizando um Pentium 100 Mhz com 64 Mb de RAM, a solução ótima demora 3 minutos para ser encontrada.

Outra forma de obter a solução é através de um procedimento do tipo “search-and-bound”, semelhante ao utilizado por Little (1966), que consiste em modificar manualmente na primeira linha da matriz (c) os valores de π_{ij} relativos aos pares de semáforos que limitam o valor da banda, de forma a obter uma nova combinação de valores de π_{ij} que façam com que a largura da banda máxima aumente. Para o exemplo considerado, a banda máxima no início do procedimento (iteração 0 na Tabela 2) é 4,7 s, limitada pelo par de semáforos 1–8. Considerando que π_{11} seja mantido sempre fixo em 0, pois 1 é o semáforo mestre, e fazendo $\pi_{18} = 1$ na iteração 1, a banda máxima aumenta para 6,3 s, sendo agora limitada pelo par de semáforos 4–6. Na iteração 2, a banda máxima passa a ser 7,0 s para $\pi_{14} = 0$ e $\pi_{16} = 1$. Dessa forma, o par 1–2 passa a limitar a largura de banda. Fazendo $\pi_{12} = 1$ na terceira iteração, a largura da banda passa a ser 7,5 s, limitada agora pelos pares de semáforos 3–5, 5–7, 3–10 e 7–10. Adotando diferentes combinações de π_{ij} para estes semáforos, é possível identificar que o maior valor da banda máxima é obtido na iteração 4 modificando somente $\pi_{13} = 1$ e $\pi_{17} = 1$. Como o par limitante da banda volta a ser o par 1–2, o processo pára, pois a largura da banda diminuiria ao fazer $\pi_{12} = 0$ novamente. Portanto, o valor da banda máxima para o conjunto de 10 semáforos da rede exemplo é igual a 15,3 s, determinado em apenas 4 iterações e após a verificação de 21 combinações de π_{ij} (Demarchi e Dutra, 2004).

Tabela 2: Busca da solução ótima para a rede de 10 semáforos

Iteração	valores de π_{ij} por semáforo										banda b (s)	Semáforos críticos*
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,7	1, 8
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	6,3	4, 6
2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	7,0	1, 2
3	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	7,5	3, 5, 7 e 10
4	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	15,3	1, 2
defasagens (s)	0,0	32,5	32,5	0,0	0,0	32,5	32,5	32,5	0,0	0,0		

*os semáforos críticos são aqueles que limitam a largura da banda após a mudança dos valores de π_{ij} em cada iteração

3.3. Definição das Trajetórias da Banda Verde e Obtenção de Bandas Desiguais

Após obter as defasagens ótimas e a largura máxima da banda verde, é necessário definir os pontos de passagem das trajetórias frontal e traseira da banda em relação ao verde e vermelho de cada semáforo. Isso é feito através de rotinas em Visual Basic, elaboradas com base no procedimento descrito em Demarchi e Dutra (2004), item 3.3.2. Além disso, também é possível aumentar a largura da banda num dos sentidos e diminuí-la no outro, utilizando as equações (28) a (32) do artigo dos mesmos autores. Estas equações também são implementadas em Visual Basic e, em função das novas larguras de banda, são definidas novas trajetórias.

3.4. Montagem do Diagrama Espaço-Tempo

A etapa final do procedimento é a elaboração do diagrama espaço-tempo, que por enquanto é feita manualmente. Para isso, é necessário calcular as posições da trajetória e dos instantes de início e fim do verde e vermelho dos semáforos e plotar os valores obtidos em um gráfico como o mostrado na Figura 5, elaborado para a rede exemplo. Conforme mencionado anteriormente, a largura da banda obtida nos dois sentidos de tráfego é 15,3 s.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

SBAND determina esquemas de coordenação e calcula a largura da banda máxima de uma forma relativamente rápida e simples, podendo ser útil na definição das estratégias operacio-

nais em vias arteriais. Os dados necessários para utilização de SBAND são as distâncias entre interseções semaforizadas, o tempo de ciclo e tempos de vermelho dos semáforos, obtidos a partir de observações em campo ou bases cadastrais do setor de transportes do município.

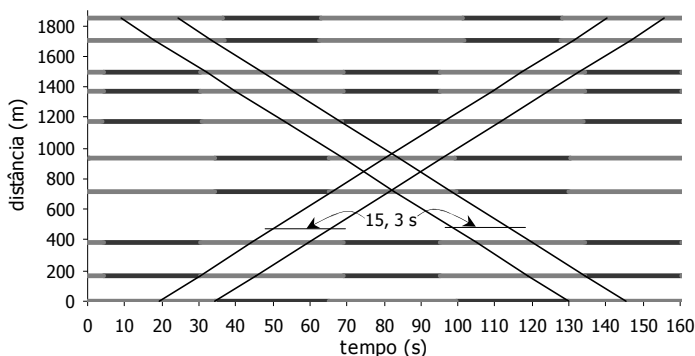


Figura 5: Diagrama espaço-tempo elaborado no Excel para o exemplo de 10 semáforos

Considerando que as velocidades das vias públicas são regulamentadas pelo corpo técnico municipal em função de suas características funcionais, de projeto e em função do Código de Trânsito Brasileiro, existe uma faixa de variação de velocidades de progressão possíveis que podem ser testadas com o uso de SBAND, visando identificar a solução que gera maiores larguras de banda para uma velocidade progressão compatível com o tipo de via analisado.

Outra possibilidade é definir larguras de banda proporcionais à demanda de tráfego nos diferentes sentidos da via, possibilitando inclusive o uso de programações diferenciadas para períodos distintos do dia. Da mesma forma, o ciclo comum (dentro de limites pré-estabelecidos em função dos volumes) e as divisões das fases podem ser testadas, na busca da solução com maiores larguras de banda.

Entretanto, com a versão atual de SBAND, tais testes devem ser realizados com a modificação manual e sistemática dos parâmetros investigados. Novas rotinas podem ser elaboradas, no futuro para automatizar este processo de escolha dos parâmetros. Da mesma forma, a versão atual do programa pode ser implementada com rotinas similares às existentes nos programas de coordenação atualmente disponíveis no mercado. Seria desejável, por exemplo, coordenar semáforos com mais de 2 fases, otimizar sequência de fases e determinar bandas com largura variável e proporcional ao volume de tráfego nos diferentes segmentos de via.

Agradecimentos: A primeira autora agradece a Prefeitura Municipal de Londrina, em especial ao Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Londrina – IPPUL, pelo apoio na realização do programa de mestrado da EESC/USP. O segundo autor deste trabalho agradece ao CNPq pela concessão de bolsa de produtividade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Demarchi, S. H.; Dutra, C. B. (2004) “Coordenação Semafórica Através do Método para Maximização da Banda Verde”. Artigo aceito para publicação nos anais do XVIII ANPET, Florianópolis, SC.
- Little, J. D. C. (1966) “The Synchronization of Traffic Signals by Mixed – Integer Linear Programming”. *Operations Research*, v. 14, n.4, p. 568-93.
- Morgan, J. T.; Little, J. D. C. (1964) “Synchronizing Traffic Signals for Maximal Bandwidth”. *Operations Research*, v. 12, n.6, p. 896-912.