

CONTRIBUIÇÕES À MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA DA LOCALIZAÇÃO DE CENTROS DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGA

Arnaldo Rabello de Aguiar Vallim Filho

Programa de Doutorado
Departamento de Engenharia de Transportes,
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo e
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Nicolau D. Fares Gualda

Professor Titular
Departamento de Engenharia de Transportes,
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO

A localização de instalações está entre as mais importantes decisões logísticas. A questão é tratada, em geral, por técnicas de Pesquisa Operacional, principalmente a programação linear inteira mista, cuja modelagem tem aspectos que ainda podem ser aprimorados. Este artigo resume uma tese de doutoramento apresentando uma proposta metodológica para a localização de centros de distribuição de carga (CD's), que subdivide o problema em duas fases. A *Fase 1* define as localizações ótimas dos CD's, iniciando-se com uma agregação de nós de demanda em *clusters* através de uma heurística, complementada pela meta-heurística *simulated annealing* (SA). Em seguida, buscam-se, em cada *cluster*, os "melhores" locais candidatos. Entre estes candidatos definem-se as localizações ótimas, através de um modelo de programação linear inteira mista ou por SA. Foi conduzido um experimento controlado, com solução ótima conhecida, tendo coincidido em vários casos com a solução obtida através da metodologia proposta. A *Fase 2* define a quantidade "ótima" de CD's, modelando os custos de estoque, armazenagem e vendas perdidas, não considerados na primeira fase. Estes modelos exógenos ao modelo de otimização da primeira fase podem trabalhar sem a restrição de linearidade, trazendo, assim, maior realismo à modelagem. Ao final consolida-se o conjunto de custos logísticos (*Fases 1 e 2*) de forma a se identificar a quantidade de CD's que conduz ao mínimo custo total.

A metodologia foi aplicada a um caso real com mais de duzentos pontos de demanda distribuídos sobre os três estados da região sul do país. Os resultados mostraram a aplicabilidade da abordagem proposta.

ABSTRACT

The facility location is one of the most important logistic decisions. The problem is usually handled through the use of operations research techniques, mainly with the use of mixed integer linear programming (MILP), which modeling process can be improved in some of its aspects. This paper is a synthesis of a doctoral research presenting a methodological proposal that subdivides the problem in two stages, in order to locate distribution centers (DC's). *Stage 1* identifies the optimal DC locations, starting with a heuristics, complemented by the metaheuristic simulated annealing (SA), to cluster the demand nodes. Next, the heuristics searches for "best" DC's candidates in each cluster. Among these "best" candidates are defined the optimal locations, with the use of a MILP model or through the use of SA. In order to validate the methodology, it was conducted a controlled experiment, with a known optimal solution, having matched in many cases with the solutions obtained through the proposed approach. *Stage 2* defines the "optimal" DC number, modeling the costs of inventory, storage and lost sales, which were not considered in the first stage. These models, exogenous to the *Stage 1* optimization model, could represent the costs behavior without the linear restriction, bringing more realism to the modeling process. Finally, the whole set of logistic costs (*Stages 1 and 2*) is combined in order to identify the DC quantity with minimal total cost. The methodology was applied to a real world problem encompassing more than two hundred demand points spread over the three states of the southern Brazilian region. The results have shown the applicability of the proposed approach.

1. INTRODUÇÃO

O problema da localização de centros de distribuição (CD's) é uma das mais importantes decisões logísticas (Ballou, 1994 e Bowersox, 2000). Uma vez definida a quantidade e posicionamento de CD's em uma rede logística, toda a operação de transporte e distribuição de produtos estará condicionada a esta configuração de rede, o que gera uma influência decisiva em toda a composição de custos logísticos e no nível de serviço da operação. Do

ponto de vista logístico, portanto, esta é uma decisão estratégica que necessita de forte embasamento de informações e de ferramentas quantitativas de apoio. Instrumentos, portanto, que facilitem e suportem estas decisões contribuem de maneira importante para o planejamento e gestão de tais operações.

Este problema é resolvido, em geral, com o uso de técnicas de Pesquisa Operacional, sendo a mais utilizada a modelagem através de programação linear inteira mista. Nos problemas reais com um número grande de pontos de demanda surgem dificuldades práticas para a solução do problema através desses modelos de otimização, pois os problemas se tornam, em geral, do tipo *NP-completo*. O que normalmente se faz é selecionar um conjunto de locais candidatos a instalações e obter as localizações ótimas a partir desse conjunto selecionado. A literatura, entretanto, é muito escassa em termos de métodos quantitativos para definir este conjunto de candidatos.

Além disso, os modelos em sua maior parte carecem de um maior realismo, pois em geral não tratam adequadamente comportamentos não lineares de custos logísticos, assim como economias de escala que eventualmente possam ocorrer.

O objetivo deste artigo, que resume uma pesquisa de doutorado, é apresentar uma proposta metodológica para a localização de centros de distribuição de carga (CD's) que torne essa modelagem matemática mais próxima da realidade, gerando assim soluções que se ajustem de forma mais realista às situações práticas do mundo real.

Através de uma proposta de subdivisão do problema em duas fases pôde-se avançar no tratamento da questão. Tem-se inicialmente, em uma primeira fase, um processo de identificação das localizações ótimas dos CD's e, em uma segunda fase, estabelece-se a sua quantidade "ótima".

Na *Fase 1* foi desenvolvido um processo heurístico que inicia com a agregação de nós de demanda em *clusters*, levando em consideração seus volumes e distâncias de forma a gerar zonas homogêneas em termos desses fatores. Nesta fase foi ainda empregada a meta-heurística *simulated annealing* (SA), que verifica os resultados da heurística procurando por melhorias no zoneamento gerado. Em seguida, é desenvolvida uma busca em cada zona de forma a identificar os "melhores" locais candidatos, com base em custos de suprimento e de distribuição.

Um experimento controlado (com solução ótima conhecida) para validar a metodologia foi conduzido com sucesso. As soluções geradas pela metodologia coincidiram na maior parte dos casos, com a efetiva solução ótima.

Definidos os "melhores" candidatos, estes passam a se constituir em dados de entrada de um modelo de programação linear inteira mista, que também foi proposto na pesquisa.

A pesquisa está propondo ainda uma alternativa a este modelo de otimização. Além do modelo, foi aplicada também a própria meta-heurística AS, como uma técnica alternativa de solução do problema de localização final dos CD's, oferecendo-se, assim, dois caminhos para se atingir tal solução: modelo de programação linear inteira mista ou *simulated annealing*.

Na *Fase 2* foi desenvolvida uma modelagem para outros componentes de custo logístico não considerados na primeira fase. Foram modelados os custos de armazenagem e movimentação de materiais, estoque e vendas perdidas. Estes modelos tratados de forma exógena ao modelo de otimização da primeira fase puderam representar sem a restrição de linearidade o comportamento destes outros componentes de custo, trazendo assim maior realismo a modelagem.

Ao final consolida-se o conjunto de custos logísticos (*Fases 1 e 2*) de forma a se identificar a quantidade de CD's que conduz ao mínimo custo total.

A metodologia foi aplicada a um caso real com mais de duzentos pontos distribuídos sobre a região sul do país, numa área de 600 km por 1.000 km, resultando na seleção de um pequeno número de “melhores” candidatos a centros de distribuição. Estes candidatos foram submetidos a um modelo MILP e de forma paralela, à meta-heurística SA, gerando, assim, as localizações ótimas dos CD’s através de duas técnicas distintas. Em seguida, foi desenvolvida a *Fase 2* da metodologia, onde foram identificados os demais custos logísticos e determinada a quantidade “ótima” de CD’s. Os resultados mostraram a aplicabilidade da abordagem proposta.

As próximas seções descrevem todo este processo metodológico. O artigo está estruturado de forma a apresentar, na seção seguinte, uma revisão bibliográfica do assunto e, na sequência, na seção 3, é descrita a *Fase 1* da metodologia. A seção 4 discute a *Fase 2*, e a seção 5 apresenta os resultados da aplicação prática desenvolvida. Finalmente, na seção 6, são apresentadas as conclusões do trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um grande número de artigos é encontrado na literatura sobre o problema da localização. Alguns são clássicos como Brandeau e Chiu (1989), Geoffrion e Powers (1995), Crainic e Laporte (1997), Vidal e Goetschalckx (1997), e Owen e Daskin (1998). Esses artigos procuram dar um tratamento abrangente para a questão, apresentando uma revisão da literatura e discutindo seus aspectos mais importantes. Os aspectos discutidos dizem respeito às características dos modelos, desenvolvimento das bases de dados, algoritmos, etc. Em geral, não são abordados aspectos que são contemplados nesta pesquisa e que dizem respeito à questão da seleção de locais candidatos a CD’s, que seriam utilizados como dados de entrada para um modelo MILP e também sobre a condição de linearidade dos parâmetros, que os modelos do tipo MILP exigem.

A seleção de locais candidatos a CD’s tem sido tratada na literatura sob um prisma predominantemente qualitativo. Aspectos como: infra-estrutura, zoneamento da região, disponibilidade de mão de obra, circulação de veículos de carga, etc. são os mais discutidos. Porém, a literatura é carente em sugerir procedimentos quantitativos para definir as melhores localizações destes candidatos. Coyle et al. (1992), que abordam o assunto, fornecem uma lista de fatores que deveriam ser considerados na localização de instalações, tais como: proximidade dos mercados, proximidade de fornecedores, oferta de mão de obra, etc. Ballou (1992) argumenta que, para unidades industriais e CD’s, fatores econômicos dominam as decisões e os modelos utilizados selecionam as localizações ótimas a partir de uma lista de locais candidatos selecionados pela sua razoabilidade (“*reasonableness*”). Bowersox e Closs (1996) também relacionam alguns aspectos qualitativos que deveriam ser considerados no processo de decisão da localização de instalações, mas discutem basicamente os mesmos pontos tratados pelos demais autores.

Ballou (1992) trata também uma outra questão, que é a agregação dos pontos de demanda. Este é um aspecto relevante na preparação dos dados de entrada de um modelo MILP. O autor considera que, sob um ponto de vista de rede logística, não é necessário tratar cada ponto de forma individual, podendo-se agregar os nós em *clusters*. Esta também é a visão de Francis et al (1999), que consideram que do ponto de vista de planejamento a agregação é, inclusive, desejável. Em artigo anterior (Ballou, 1991) o autor havia proposto uma heurística para geração de clusters de nós de demanda. A heurística se inicia definindo cada nó como um *cluster*. Em seguida, procura para cada nó o *cluster* mais próximo e, destes dois, gera um novo *cluster*. O processo continua até que um número desejado de *clusters* seja alcançado.

Novaes e Graciolli (1999) também estudaram a questão de agregação dos nós de demanda, propondo um procedimento para criação de *clusters* destinados a uma operação de distribuição de carga. Neste caso, a região de estudo é particionada em setores, a partir de um depósito central, utilizando o conceito de quadrículas elementares. Esses setores são subdivididos em anéis e, dentro de cada anel, uma nova subdivisão é feita, gerando os *clusters* finais, os chamados distritos. Novaes et al. (2000) desenvolvem um outro trabalho nessa linha, procurando montar distritos em um sistema de distribuição física que busca maximizar a homogeneidade entre distritos. Esta homogeneidade é definida em termos de esforço de distribuição, que, por sua vez, é baseado no número de veículos necessários em cada zona. Os autores desenvolvem uma heurística para geração dos distritos e a partir desta solução inicial aplicam um algoritmo genético associado a um método de otimização direta para maximizar a homogeneidade entre os distritos.

Outros artigos tratam a questão procurando apresentar propostas de modelos a aplicar na solução do problema. Geoffrion e Graves (1974), por exemplo, apresentaram um modelo clássico de distribuição em que CD's devem ser localizados. Erlenkotter (1978) e Tondo (1992) são outros exemplos de trabalhos nesta linha. Já Nozick e Turnquist (1998) fizeram uma abordagem tentando introduzir na modelagem os custos de estoque, que a maioria dos trabalhos não trata de forma explícita. Mas, como este custo foi tratado diretamente no modelo de otimização os autores tiveram que torná-lo linear.

A literatura, portanto, tem uma ampla gama de artigos na área, mas conforme já dito anteriormente, é escassa em termos de tratar as questões que esta pesquisa procura abordar.

3. LOCALIZAÇÕES ÓTIMAS DOS CD's – FASE I

3.1 Seleção dos “melhores” candidatos a CD's

Esta fase se inicia pela identificação dos “melhores” candidatos a CD's, que serão dados de entrada de um modelo de otimização. Entretanto, ao se iniciar o desenvolvimento da heurística que iria selecionar os “melhores” candidatos a CD's, verificou-se que, antes de definir os candidatos, um procedimento que iria facilitar muito a tarefa seria agregar os dados em *clusters* e, dentro de cada *cluster*, escolher os melhores candidatos. Isto se deve às características combinatórias do problema, uma vez que a complexidade aumenta muito com o crescimento do número de nós. Com os nós agregados em *clusters*, o que se está definindo, na verdade, é um zoneamento para a área de estudo, pois cada *cluster* passa a constituir uma zona que será representada pelo seu centróide.

Assim, uma heurística em dois estágios foi desenvolvida:

- Estágio 1: Heurística *Clusterização*
 - . são definidos *clusters* de nós de demanda
 - . entre os *clusters* deve haver homogeneidade do momento de transporte (ton.km);
- Estágio 2: Heurística de seleção de “melhores” candidatos
 - . no centro de gravidade de cada zona define-se a *melhor posição teórica* (MPT)
 - Estágio 2a: Heurística do Raio Máximo*
 - . busca-se na rede logística os nós mais próximos de cada MPT
 - . o raio de busca é definido pela distribuição de probabilidades das distâncias à MPT (adota-se um nível de confiança para a busca);
 - . os nós dentro do raio de busca serão os “melhores” candidatos a CD's.
 - Estágio 2b: Heurística do Ângulo Máximo*
 - . se nenhum nó da rede é encontrado no raio de busca, aumenta-se o raio, reduzindo-se o nível de confiança da distribuição de probabilidades;

- . os nós dentro do novo raio não podem ter um ângulo (α) muito aberto em relação ao eixo que une duas MPT's adjacentes (para evitar distorção);
- . seleciona-se então o nó que tiver a menor área do setor circular correspondente a α .

Antes do estágio 2 aplica-se a meta-heurística *simulated annealing* (SA) aos resultados da heurística de *clusterização*, procurando melhorar a solução gerada. Com isto, tem-se maior robustez no processo de *clusterização*.

A técnica de SA deriva de uma analogia com um processo físico cujo termo pode ser traduzido por *têmpera simulada* (Viana, 1998). A *têmpera* é o processo de aquecer certos materiais a altas temperaturas e em seguida ir reduzindo gradualmente esta temperatura até que o material atinja um equilíbrio térmico, tornando-o consistente e rígido. SA, assim, corresponderia a uma simulação algorítmica do processo físico de *têmpera*.

A abordagem de SA é aplicada a problemas de otimização combinatória em que uma função objetivo é equivalente ao nível de energia do sistema físico. Cada configuração das partículas do material pode ser comparada a uma solução viável de um problema de otimização. A melhor configuração das partículas seria aquela de energia mínima, correspondendo ao valor mínimo da função objetivo em um problema de otimização (Johnson, 1989).

Definidos os “melhores” candidatos, segue-se com a metodologia que, neste ponto, oferece duas opções: pode-se usar um modelo de otimização para identificar as localizações ótimas dos CD's ou então se faz uso novamente da própria meta-heurística SA, só que agora com a função de definir o posicionamento “ótimo” dos CD's. Nos dois tipos de técnicas os “melhores” candidatos são utilizados como dados de entrada.

3.2 Otimização do posicionamento dos CD's

O modelo de otimização utilizado para identificar as posições ótimas dos CD's é apresentado a seguir.

$$\text{Min} \sum_{i,k} c_{ik} \cdot x_{ik} + \sum_{k,j} c_{kj} D_j \cdot y_{kj} + \sum_k f_k \cdot Y_k \quad . \text{ minimiza custos de transporte e do local} \quad (1)$$

Sujeita a:

$$\sum_k y_{kj} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, J) \quad . \text{ indica que cada zona é atendida por um único CD} \quad (2)$$

$$\sum_k Y_k = p \quad . \text{ define que se deve ter } p \text{ CD's} \quad (3)$$

$$y_{kj} - Y_k \leq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K ; j = 1, 2, \dots, J) \quad . \text{ CD deve ser ativo para atender a uma zona} \quad (4)$$

$$\sum_k y_{kj} - Y_k \geq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad . \text{ CD ativo deve atender ao menos uma zona} \quad (5)$$

$$\sum_k x_{ik} \leq O_i \quad (i = 1, 2, \dots, I) \quad . \text{ restrições de oferta} \quad (6)$$

$$\sum_i x_{ik} = \sum_j D_j \cdot y_{kj} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad . \text{ restrições de atendimento da demanda} \quad (7)$$

$$y_{kj}=0,1 \quad (k=1,2,\dots,K; j=1,2,\dots,J) \quad \begin{array}{l} 0 = \text{CD não atende zona} \\ 1 = \text{CD atende zona} \end{array} \quad (8)$$

$$Y_k=0,1 \quad (k=1,2,\dots,K) \quad \begin{array}{l} 0 = \text{CD fechado} \\ 1 = \text{CD ativo} \end{array} \quad (9)$$

onde:

- c_{ik} = custo unitário de transferência entre a região i de produção e o CD k ;
- x_{ik} = fluxo do produto entre a região i de produção e o CD k (deve-se ter $x_{ik} \geq 0$);
- c_{kj} = custo unitário de distribuição entre o CD k e a zona j de demanda;
- D_j = demanda da zona j ;
- y_{kj} = variável binária de decisão $y_{kj} = 0 \dots \text{CD } k \text{ não atende zona } j$;
- $y_{kj} = 1 \dots \text{CD } k \text{ atende zona } j$;
- f_k = custo fixo de localização do CD k ;
- Y_k = variável binária de decisão $Y_k = 0 \dots \text{CD } k \text{ é ativo}$;
- $Y_k = 1 \dots \text{CD } k \text{ não é ativo}$.
- O_i = oferta de produto na região de produção i ;
- i = índice para as fontes de produção; $(i=1,2,\dots,I)$;
- j = índice para zonas de demanda; $(j=1,2,\dots,J)$;
- k = índice para CD's; $(k=1,2,\dots,K)$.

A outra opção para se definir a localização ótima dos CD's é através da SA. A meta-heurística exige a definição de uma função objetivo, tendo sido mantida a mesma função de custo do modelo MILP. Foi definido, ainda, um processo de rearranjo que se constituiu em uma troca de alocações de CD's a regiões de demanda e mais uma troca entre os candidatos a CD's. Dada a maior complexidade deste problema, foi necessário o desenvolvimento de uma estrutura em quatro fases, envolvendo um processo misto que incorpora um modelo de programação linear (*modelo do transporte*), conforme apresentado na figura 1.

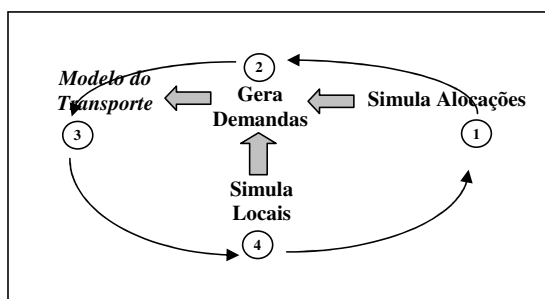


Figura 1 – Definição de localizações “ótimas” de CD's
Processo com meta-heurística SA em 4 Fases

3.3 Comparação de resultados

Para a validação destas heurísticas foi desenvolvido um experimento controlado, que utilizou simulação de Monte Carlo para selecionar 30 pontos de uma distribuição de Rayleigh que pode representar bem a distância entre pontos próximos (Novaes, 1989).

Para esse experimento controlado foi possível construir um modelo MILP desagregado para solucionar o problema. Este modelo é desagregado no sentido de que não passou pelo

processo de *clusterização*, tendo-se considerado cada ponto de demanda de forma individual. Tem-se, assim, a efetiva solução ótima do problema, que é um padrão seguro de comparação. Tem-se, portanto, três resultados distintos a partir de três processos de experimentação desenvolvidos:

- . resultados do modelo MILP agregado;
- . resultados da *simulated annealing*
- . resultados do modelo MILP desagregado (*a solução ótima*).

Os resultados dos três processos podem ser visualizados através das figuras 2a a 2e.

Em alguns casos a solução ótima encontrada (modelo desagregado) foi a mesma obtida pelo modelo MILP agregado e pela SA. Isto ocorreu nos casos de cinco CD's e de um único CD. Em outros casos as soluções foram muito próximas, sendo praticamente coincidentes, como se observa nas configurações de quatro CD's e três CD's. Nestas duas situações a solução pelo modelo MILP e pela SA foi a mesma, tendo uma pequena diferença em relação a solução ótima em apenas um único ponto. O único caso em que houve uma ligeira diferença entre as soluções foi no caso de dois CD's. Aqui a solução pelo modelo MILP agregado teve um dos pontos ligeiramente deslocado para oeste, enquanto a solução pela SA coincidiu exatamente com a solução ótima.

Este conjunto de resultados mostra que a metodologia está conduzindo o problema a uma solução muito próxima da solução ótima, senão coincidente, seja pelo uso de um modelo MILP, seja através da meta-heurística SA.

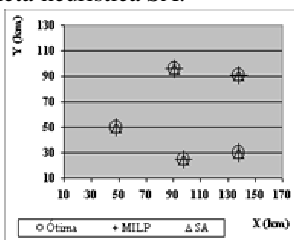


Figura 2a – Comparação de resultados – 5 CD's

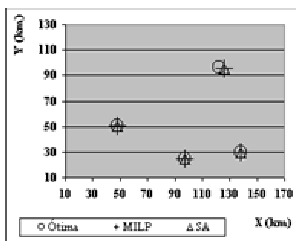


Figura 2b – Comparação de resultados – 4 CD's

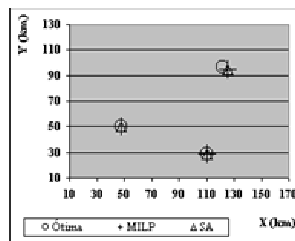


Figura 2c – Comparação de resultados – 3 CD's

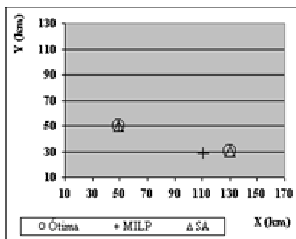


Figura 2d – Comparação de resultados – 2 CD's

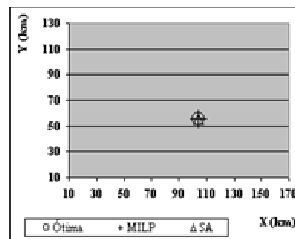


Figura 2e – Comparação de resultados – 1 CD

4. QUANTIDADE ÓTIMA DE CD's - FASE 2

Nesta *Fase 2* da metodologia foi desenvolvida a modelagem dos outros componentes de custo logístico não considerados na primeira fase. Foram tratados aqui os custos de estoques, armazenagem e movimentação de materiais, e vendas perdidas. Ao final são consolidados todos os custos logísticos (*Fases 1 e 2*), de forma a se identificar a quantidade de CD's que conduz ao mínimo custo total.

Os custos de estoque levaram em consideração o estoque regulador, estoque em trânsito e estoque de segurança. No caso do estoque regulador, tem-se uma parcela que mantém o sincronismo entre produção e consumo para gerar a formação dos lotes de embarque (estoque sincronizado) e outra para antecipação de consumo. Estes quatro componentes se refletem no equacionamento final como parcelas de uma potência que irá representar a cobertura total de estoque, conforme apresentado na equação 10.

$$C_{est} = D \cdot V_u \cdot \left\{ \left[(1+i) \left(\frac{V_E}{d} + a \cdot V^b + \frac{D_{CD}}{V_m \cdot J} + \frac{Z_\alpha \cdot s_d \cdot \sqrt{LT}}{d} \sqrt{p} \right) - 1 \right] + O_{est} \right\} \quad (10)$$

Considerando-se um período mensal de análise, tem-se:

C_{est} = custo mensal total de estoque;

D = demanda média mensal;

V_u = custo unitário do material em estoque;

i = taxa diária de remuneração do capital investido em estoque;

V_E = lote produzido e embarcado;

d = demanda diária;

a e b = parâmetros a estimar;

V = volume médio mensal movimentado por CD;

D_{CD} = distância média percorrida (transferência + distribuição)

V_m = velocidade média de percurso nas zonas;

J = jornada diária de trabalho

Z_α = valor crítico da distribuição normal reduzida ao nível $1 - \alpha$ de confiança

s_d = desvio padrão da demanda

LT = *lead time* (medido na mesma periodicidade da demanda)

p = quantidade de CD's.

O_{est} = custos de seguros, perdas, obsolescência, etc.

O custo de armazenagem e movimentação de materiais tem como componentes principais a depreciação e o custo de capital investido em imóveis e equipamentos, além de despesas gerais e custos de pessoal administrativo e operacional. Foi considerado na modelagem que estes custos são fixos dentro de certos níveis de produção, admitindo-se, portanto, que estarão sujeitos a um processo de evolução não contínua. O modelo considera que esta evolução se dará em patamares, à medida que o estoque mantido em CD evolui. Os patamares irão se comportar na verdade mais como um referencial de custo do que como um custo fixo, propriamente dito, pois a proposta do modelo é que para cada patamar se estabeleça um custo padrão *unitário* fixo e não um custo *total* fixo.

Definem-se as coberturas de estoque regulador (C_R) e de segurança (C_s), conforme abaixo:

$$C_R = V_E / d + a \cdot V^b \quad (11)$$

$$C_s = Z_\alpha \cdot s_d \cdot (LT)^{1/2} / d \cdot \sqrt{p} \quad (12)$$

A equação final desta modelagem será:

$$C_{Arm} = [(Dp_{L_j} + Cf_{L_j} + C_{MO-L_j}) \cdot VM_{L_j; L_{j+1}}^{-1} / D_u] \cdot (C_R + C_S) \cdot D \quad (13)$$

onde:

Dp_{L_j} = depreciação mensal no patamar L_j , L_{j+1}

Cf_{L_j} = custo de capital empregado em instalações / equipamentos para atender até o nível L_{j+1} de estoque.

C_{MO-L_j} = outros custos de armazenagem referentes a pessoal e despesas de administração e de operações para atender até o nível L_{j+1} de estoque.

$VM_{L_j; L_{j+1}} = (L_j + L_{j+1})/2$ = volume médio do patamar

D_u = dias úteis de operação por mês

Note-se que uma parcela da equação (13) representa o custo unitário por dia de armazenagem (C_{MU}). Este corresponde à divisão do custo fixo pelo número de dias úteis de operação, conforme 14:

$$C_{MU} = (Dp_{L_j} + Cf_{L_j} + C_{MO-L_j}) / D_u \quad (14)$$

Este é um importante parâmetro para representar as variações de custo do processo e que é aqui captado pelo modelo.

Assim, o custo final pode ser representado por 15:

$$C_{Arm} = C_{MU} \cdot VM_{L_j; L_{j+1}}^{-1} \cdot (C_R + C_S) \cdot D \quad (15)$$

Em relação aos custos de vendas perdidas está sendo considerado que estes correspondem aos ganhos não auferidos por receitas que não se concretizaram devido a deficiências logísticas. Entende-se aqui por deficiências logísticas aquelas operações que não estão em conformidade com o nível de serviço proposto. Tem-se, assim, um índice de inconformidade (I_{IC}). Supõe-se que será dentro desta parcela da operação que as perdas de vendas poderão ocorrer. Sobre esta parcela então se tem um índice de vendas perdidas (I_{VP}). O índice líquido de vendas perdidas, portanto, será o resultado da multiplicação destes dois índices. Note-se que é importante esta consideração em dois segmentos, pois o nível de inconformidade tem maior fundamentação nos dados da própria operação logística. Já o índice de vendas perdidas depende em parte de fontes externas à operação logística, como as áreas de marketing e vendas, que podem fornecer estimativas deste índice associadas a danos à imagem da empresa e conseqüentes perdas de receita, quando o nível de serviço não é atendido.

Sobre os custos que efetivamente ocorrem nestes casos considera-se que quando uma receita não se concretiza, o que a empresa realmente perde é a margem de comercialização (*mark up*) que teria sobre aquela venda não realizada. Entendendo-se aqui que margem de comercialização é a diferença entre o preço de venda do produto e seu custo de produção (ou do custo de aquisição, no caso de um intermediário que apenas revende produtos). Assim, o custo unitário de vendas perdidas (V_{pu}) pode ser expresso através da equação 16:

$$V_{pu} = I_{VP} \cdot I_{IC} \cdot C_{UN} \cdot M_C \quad (16)$$

onde: I_{VP} = índice de vendas perdidas

I_{IC} = índice de inconformidade

C_{UN} = custo unitário do produto

M_C = margem de comercialização

Com esta expressão está se associando a cada unidade vendida um custo adicional correspondente às unidades não vendidas por inconformidade com o nível de serviço. Cada unidade do produto passa a carregar, assim, um custo extra (uma penalidade) pelas deficiências logísticas da operação. À medida que o nível de serviço logístico cresce este custo de vendas perdidas tende a diminuir, melhorando assim a margem líquida do produto.

Desenvolvendo-se um modelo de inconformidade e considerando-se a demanda média mensal (D), tem-se o seguinte modelo para p CD's:

$$V_{pd} = I_{VP} \cdot a_1 \cdot p^{-a_2} \cdot D \cdot C_{UN} \cdot M_C \quad (17)$$

O termo $a_1 \cdot p^{-a_2}$ corresponde ao modelo de inconformidade. Os coeficientes a_1 e a_2 devem ser estimados com base em dados da operação.

5. APLICAÇÃO PRÁTICA

Uma aplicação prática foi desenvolvida com base em dados reais de um conjunto de cerca de 230 pontos de demanda espalhados sobre três estados do sul do Brasil, correspondente a uma área de cerca de 600km de largura por 1.000km de comprimento. Nesta operação a disponibilidade de dados incluía posicionamento de pontos com respectivas demandas e informações de custos logísticos. O volume mensal total movimentado era de cerca de 45.000m³.

O processo heurístico da *Fase 1* resultou na seleção de um pequeno número de “melhores” candidatos a centros de distribuição. Estes candidatos foram submetidos a um modelo MILP e de forma paralela, à meta-heurística SA, gerando as localizações ótimas dos CD's por meio das duas técnicas. Na *Fase 2* da metodologia, com a utilização dos modelos de custos logísticos, foi determinada a quantidade “ótima” de CD's.

Os resultados obtidos (figura 3 a 5) mostraram a aplicabilidade da abordagem proposta.

Observe-se que os candidatos gerados circundam praticamente toda a área de estudo, o mesmo ocorrendo com a solução ótima.

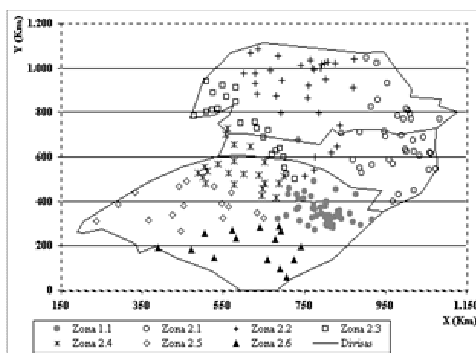


Figura 3 - Zoneamento final – aplicação prática

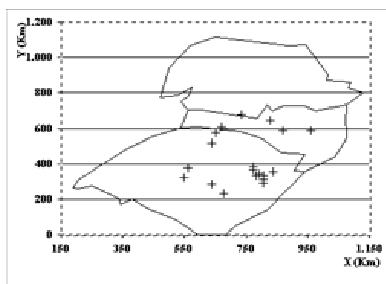


Figura 4 - “Melhores” Candidatos

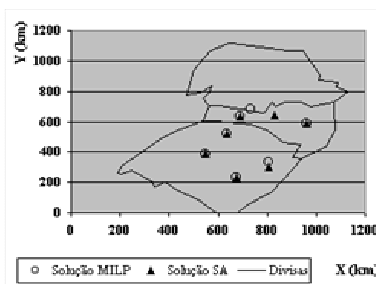


Figura 5 – Solução Ótima – MLP vs. SA

Verifica-se que houve coincidência das soluções ótimas pelo modelo MILP e pela SA em vários casos e que, quando isto não ocorreu, os candidatos escolhidos em cada caso foram próximos. Esta diferença é justificada pelo fato de que o modelo MILP trata as zonas de demanda de forma agregada, concentrando toda a carga em seu centro de gravidade. Já a meta-heurística SA considera os pontos de demanda de forma individual.

É possível observar que na solução gerada pela SA os CD's ficam distribuídos na área de estudo de uma forma mais harmoniosa, enquanto que no MILP há um direcionamento mais a oeste da área. Isto é consequência da própria posição dos centros de gravidade, que acaba se refletindo na qualidade da solução. Dependendo da quantidade de CD's gerados, o custo final da solução ótima pela SA ficou de 0,4% a 3,5% mais baixo que a solução pelo modelo MILP. Esta configuração de sete CD's foi a que apresentou a maior diferença (3,5%).

6. CONCLUSÕES

Este trabalho procurou cobrir uma lacuna da literatura no que se refere à modelagem de localização de instalações, que tende a gerar problemas do tipo NP-completo, quando faz uso de programação linear inteira mista. A proposta do trabalho reduz as dimensões do problema através de uma subdivisão em duas fases, propiciando, assim, um melhor aproveitamento das características favoráveis ao uso de modelos MILP e, ainda, criando caminhos para suprir suas deficiências. Na *Fase 1* procura-se aproveitar o que há de melhor nos modelos de otimização do tipo MILP, propondo, além disso, mecanismos para torná-los ainda mais eficazes e eficientes. Na *Fase 2* busca-se propiciar uma considerável flexibilidade em termos dos modelos a empregar na representação dos componentes de custo logístico lá tratados, dando margem para que diferentes tipos de modelos com variados graus de sofisticação possam ser empregados na solução.

Deve-se destacar o experimento controlado montado para validar a metodologia, cuja solução ótima era conhecida. As soluções obtidas a partir do processo heurístico proposto coincidiram com esta solução ótima em vários casos. Este fato já é uma indicação de que a metodologia aponta para a direção correta.

A aplicação prática desenvolvida, que contemplou uma vasta área de estudo, com mais de duzentos pontos de demanda, mostrou a aplicabilidade da metodologia. Neste caso, o processo heurístico da *Fase 1* se mostrou eficiente e eficaz, gerando um pequeno número de “melhores” candidatos, apesar da grande quantidade de pontos na rede logística que poderiam se tornar candidatos a CD's. E os resultados obtidos com os modelos de custos da *Fase 2* se apresentaram com a coerência esperada, gerando comportamentos absolutamente justificáveis em todos os aspectos, dando, desta forma, uma indicação do direcionamento correto das hipóteses consideradas nos modelos e do equacionamento proposto.

BIBLIOGRAFIA

- Ballou, R.H. (1991) Measuring transport costing error in customer aggregation for facility location. *Transportation Journal*, Spring, p.49-59.
- Ballou, R.H. (1992) *Business logistics management*. Prentice Hall International Editions, N.J. 688 p.
- Blumenfeld, D.E., Burns, L.D., Diltz, J.D., Daganzo, C.F. (1985). “Analyzing trade-offs between transportation, inventory and production costs on freight networks”; *Transportation Research B*, 19 B, No.5, p. 361-380.
- Bowersox, D.J., Closs, D.J. (1996) *Logistical management: the integrated supply chain process*. Mc Graw Hill – NY, 594 p.
- Brandeau, M. L., Chiu, S.S. (1989) An overview of representative problems in location research. *Management Science*, v. 35, n.6, p.645-674.

- Chopra, S.; Meindl, P. (2001) *Supply chain management: strategy, planning and operation*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 456 p.
- Cohen, M. A., Lee, H.L. (1988) Strategic analysis of integrated production-distribution systems: models and methods. *Operations Research*, v. 36, n. 2, Mar-Apr, p. 216-228.
- Coyle, J.J.; Bardi, E.J.; Langley Jr., C.J. (1992) *The management of business logistics*. West Publishing Co., 580p.
- Crainic, T.G. e Laporte, G. (1997) Planning models for freight transportation. *European Journal of Operational Research* 97, p. 409-438.
- D'Amico, S. J.; Shouu-Jiun, W.; Batta, R.; Rump, C. M. (2002). "A simulated annealing approach to police district design". *Computers and Operations Research*. Vol 29, pp. 667-684.
- Daskin, M. S. (1995) *Network and discrete optimization*. John Wiley & Sons Inc. N.Y. 498p.
- Erlenkotter, D. (1978) A dual-based procedure for uncapacitated facility location. *Operations Research*, v. 26, n. 6, Nov-Dec, p. 992-1009.
- Francis, R.L.; Rushton, G.; Rayco, M.B. (1999). "A synthesis of aggregation methods for multi-facility location problems: strategies for containing error," *Geographical Analysis*. 67-87,31.
- Geoffrion, A.M., Graves, G.W. (1974) Multicommodity distribution system design by Benders decomposition. *Management Science*, v. 20, n. 5, p.822-844.
- Geoffrion, A.M., Powers, R.F. (1995) Twenty years of strategic distribution system design: an evolutionary perspective. *Interfaces*, v. 25, n. 5, p.103-127.
- Gualda, N. D. F., (1995) Terminais de transporte: contribuições ao planejamento e ao dimensionamento operacional. *Tese de Livre Docência*, EPUSP. São Paulo, 277p.
- Novaes, A.G.; Graciolli, O. D. (1999) Designing multi-vehicle delivery tours in a grid-cell format. *European Journal of Operations Research*. v. 119, p. 613-614.
- Novaes, A.G.; Cursi, J. E. S.; Graciolli, O. D. (2000). "A continuous approach to the designing of physical distribution systems". *Computers and Operations Research*. Vol. 27, pp. 877-893.
- Nozick, L.K., Turnquist, M.A. (1998) Integrating inventory impacts into a fixed-charge model for locating distribution centers. *Transportation Research E*, v. 34, n.3, p. 173-186.
- Randhawa, Sabah U. ; West, Thomas M. (1995). "An integrated approach to facility location problems". *Computers and Engineering*. Vol 29, No 1-1, pp. 261-265.
- Owen, S.H. e Daskin, M. S. (1998). "Strategic facility location: a review". *European Journal of Operational research*. No. 111, 423-447.
- Tondo, C. M., (1992) Um modelo matemático para a localização estratégica de terminais de contêineres no interior: aplicação ao estado de São Paulo. *Tese de Doutorado*, EPUSP. São Paulo, 115p..
- Vidal, C.J., Goetschalckx, M. (1997) Strategic production- distribution models: a critical review with emphasis on global supply chain models. *European Journal of Operational Research*, v. 98, p.1-18.
- Zhou, G.; Hokey, M., Gen M. (2002). "The balanced allocation of customers to multiple distribution centers in the supply chain network: a genetic algorithm approach". *Computers and Industrial Engineering*. V. 43, pp. 251-261.

Arnaldo Rabello de Aguiar Vallim Filho

Rua do Lampião, 688

CEP 06532-050 - Santana do Parnaíba - SP

Email: aavallim@mackenzie.com.br

Nicolau D. Fares Gualda

Depto de Engenharia de Transportes

Caixa Postal 61548

CEP 05424-970 – São Paulo – SP

Fone: +11.3091-5732 Fax: +11.3091.5716

Email: ngualda@usp.br